Simulação digital do sistema de tração elétrica metroferroviária: modelagem e métodos

Cassiano Lobo Pires
Pós-doutor e professor convidado do programa de pós-graduação
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas (PEA) POLI-USP.
São Paulo – SP [Brasil]
cassiano@pea.usp.br

Silvio Ikuyo Nabeta
Professor livre-docente – Grupo de Máquinas e Acionamentos Elétricos/PEA (GMAcq)
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas – POLI-USP.
São Paulo – SP [Brasil]
nabeta@pea.usp.br

José Roberto Cardoso
Professor titular – Laboratório de Eletromagnetismo Aplicado/PEA (LMAG)
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas – POLI-USP.
São Paulo – SP [Brasil]
cardoso@pea.usp.br

As características de operação do sistema de tração elétrica metroferroviária podem ser predeterminadas por meio de simulação a partir de modelos matemáticos. A simulação digital é uma importante ferramenta de apoio ao projeto e permite um ensaio das alternativas a custo reduzido, viabilizando sua posterior comparação. Em razão de sua importância, este trabalho tem como objetivo a conceituação, de forma sintética, da simulação do sistema de tração elétrica, seus métodos e modelos. Esta conceituação aborda, primeiramente, o estudo do movimento de um trem em uma linha e a sua modelagem matemática. Em seguida, o trabalho analisa a simulação de tráfego e a representação do circuito elétrico que alimenta os trens, em termos físicos e matemáticos. Por fim, este trabalho traz a proposta e a aplicação de um método numérico para a solução do sistema que representa este circuito elétrico de alimentação.

Palavras-chave: Tração elétrica. Transporte ferroviário. Transporte metroviário.

F_{freio}	esforço produzido pelo freio mecânico	[kN]
F_{motor}	esforço produzido pelos motores de tração	[kN]
G	matriz das condutâncias nodais	[S]
hdw	headway (tempo entre trens)	[s]
I	vetor das fontes de corrente equivalentes	[A]
m	massa do trem	[t]
n_T	número de trens	[1]
R_C	resistência devido às curvas	[kN]
R_i	resistência devido às rampas	[kN]
R_{MPT}	resistência ao movimento em nível e tangente	[kN]
s	Posição	[m]
t	Tempo	[s]
tC	tempo de ciclo veicular	[s]
U	vetor das tensões nodais	[V]
V	velocidade	[km/h]
ξ	fator de inércia das massas girantes	[1]

Lista de símbolos
Fonte: Os autores.

1 Introdução

As características de operação do sistema de tração elétrica podem ser predeterminadas por meio de sua simulação digital de modelos matemáticos, que é uma importante ferramenta de apoio ao projeto e permite um ensaio das alternativas a custo reduzido, viabilizando sua posterior comparação.

Essa operação de tração elétrica compreende, basicamente, três simulações: de marcha, de tráfego e elétrica. A partir da geometria da via e das características da composição, é feita, primeiro, uma simulação de marcha para determinar as características elétricas e cinemáticas do movimento de um trem. Em seguida, dadas as características operacionais da linha, é feita uma simulação de tráfego, que permite obter um diagrama horário que corresponde à operação simultânea das composições necessárias ao sistema. Dessa forma, a simulação elétrica distribui as composições ao longo da linha, de acordo com o diagrama horário em conjunto com outros elementos (como subestações retificadoras), e calcula as correntes e tensões nesse sistema de alimentação em cada fração de tempo (MARTINS, 1986; TOLEDO et al., 1988).

Tal simulação não é uma idéia nova. Desde as primeiras instalações de bondes elétricos no fim do século 19, um projeto de tração tinha a finalidade de determinar a energia de que os veículos necessitavam e sua marcha sobre as linhas eletrificadas. Além da energia e da potência consumidas, um projeto de tração contemplava um estudo sobre a circulação dos vários veículos na linha e o estabelecimento de um gráfico horário.

As primeiras simulações envolviam cálculos analíticos bastante simplificados, mas não demorou muito até que os métodos gráficos surgissem, como o de Kopniaeff (1918) e o do Prof. Antonio Carlos Cardoso (1922), que foram bastante empregados no Brasil para a simulação de marcha. A associação entre tensão elétrica e momento fletor também fez com que, desde o princípio, a grafoestática fosse aplicada na simulação elétrica.

O processo trabalhoso da simulação de marcha cedeu espaço ao surgimento de soluções automatizadas e mais rápidas. Apesar da utilização bem-sucedida de métodos analógicos no início da década de 50 do século XX, o surgimento dos computadores digitais possibilitou, no final da mesma década, a realização das primeiras simulações digitais. As técnicas digitais só foram empregadas à simulação elétrica depois da década de 1960, quando os métodos de fluxo de potência das redes elétricas em corrente alternada foram amplamente estudados.

2 Simulação de marcha

2.1 Equação do movimento

Para análise do movimento de um trem, submetido às leis gerais da Mecânica, em estudo de tração elétrica, basta examinar seu movimento progressivo, reduzido a um ponto material dotado de certo grau de liberdade ao longo da via. O equacionamento do movimento de um trem de massa m constante durante trajetória entre duas estações pode ser dado pela Segunda Lei do Movimento, de Newton. Assim, durante o regime de tração, é válida a seguinte equação (FILIPOVIC´, 1995; KALLER; ALLENBACH, 1995):

$$F_{motor} - \left(R_{MPT} \pm R_i + R_C\right) = \xi \cdot m \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{3{,}6} \quad (1)$$

Durante o regime de freagem, a equação 1 é modificada para:

$$F_{motor} - F_{f\,reio} - \left(R_{MPT} \pm R_i + R_C\right) = \xi \cdot m \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{3{,}6} \quad (2)$$

Cada membro das equações (1) e (2) deve ser detalhados.

O fator ξ leva em conta o efeito da inércia rotacional de peças girantes, tais como eixos montados, rodas, rotores de motores e mecanismos de transmissão na massa m. Seu valor varia entre 1,06 e 1,30, sendo 1,10 o mais usual (MARTINS, 1986).

A resistência ao movimento R_{MPT} é a soma daquelas resistências elementares de toda natureza que, em nível e tangente, opõem-se ao movimento do trem e são absolutamente inevitáveis (TOLEDO et al., 1987). Essas resistências são agrupadas em uma resistência global e calculadas por fórmulas empíricas representadas sempre por um trinômio em função da velocidade V. As fórmulas mais conhecidas (TOLEDO et al., 1987; FILIPOVIC´, 1995; KALLER; ALLENBACH, 1995) são dadas por Davis Jr. (1926) e por Strahl (1913).

A resistência atribuída às rampas R_i é causada pela componente tangencial do peso do trem paralela à rampa. Seu valor é positivo em um aclive e negativo em um declive, sendo esse o único caso de resistência negativa. Por outro lado, a resistência ao movimento R_C aparece quando o trem percorre uma curva. A causa dessa resistência é a solidariedade de rodas e eixos, paralelismo dos eixos e força centrífuga. Nota-se que o valor dessas duas resistências depende da posição s do trem.

Quando um trem entra em uma rampa ou curva, leva algum tempo até que se encontre totalmente nesse perfil. Desse modo, três modelos para os trens são possíveis: trem pontual, massa volumétrica homogênea e massa volumétrica heterogênea (WENDE, 2003). No modelo pontual, esse efeito de entrada não é levado em conta, pois se considera que toda a massa do trem está concentrada no seu centro de gravidade. Já no modelo de massa volumétrica homogênea e de massa volumétrica heterogênea, esse efeito é levado em conta. O primeiro considera que o trem possui a massa uniformemente distribuída ao longo do seu comprimento, e o segundo, que possui seções de mesma densidade que, normalmente, são os diversos veículos que compõem esse trem.

O esforço motor F_{motor} provém do conjugado que os motores de tração produzem em seus pinhões e que chegam às rodas por meio de um conjunto de engrenagens conhecido como transmissão. Diretamente relacionada a esse esforço, cujo valor é positivo durante a tração e negativo durante a freagem, está a corrente consumida pelo trem.

Há, basicamente, dois modelos para a representação do esforço motor e da corrente consumida pelo trem: um físico e outro por meio de diagramas em função da velocidade (HOFMANN; LÖSEL; RÖHLIG, 1995), que é proveniente do modelo físico e trata o acionamento do trem como uma função de transferência, na qual, para uma dada velocidade desenvolvida por ele, há um esforço motor e uma corrente associada (ou uma potência elétrica). Nota-se então que o ponto forte desse modelo é a simplicidade. Por outro lado, o modelo físico é mais complexo, pois requer informações detalhadas a respeito dos motores de tração, do chaveamento dos tiristores e de outros componentes que possam influenciar no movimento do trem. Como vantagem, o modelo físico fornece tensões e correntes nos vários pontos do circuito de acionamento, além de possibilitar o estudo do aquecimento dos vários componentes.

Por fim, durante a freagem, há um acréscimo de esforço F_{freio} decorrente do uso de freios mecânicos que complementam a freagem elétrica fornecida pelos motores de tração.

2.2 Resolução da equação do movimento

Por meio das equações 1 e 2, pode-se notar a complexidade em que os resultados de aceleração, velocidade e posição *s* no instante *t* são também variáveis. Nota-se que a solução analítica, mesmo no uso de computadores, é um processo trabalhoso, pois os esforços motor e resistente dependem da velocidade e da posição na qual se encontra o trem.

Desse modo, várias simplificações foram adotadas ao longo do tempo. As mais antigas ajustam F_{motor} a uma função (reta e, depois, hipérbole) e consideram as resistências como uma constante, por meio da utilização do conceito de perfil equivalente, encontrado em Martins (1986) e Toledo et al. (1987). Em Wende (2003), são apresentados outros tipos de simplificações, já adaptadas à solução por computadores. Por exemplo, em um intervalo de tempo, os cálculos podem ser feitos, levando-se em conta velocidade ou aceleração constante. Pode-se também fazer com que a aceleração seja uma função da velocidade ou do tempo por meio das relações definidas ou empíricas.

Entretanto, os métodos numéricos de resolução de equações diferenciais são os mais precisos. Outros como o de Euler, os de Runge-Kutta e o de Heun fazem com que seja possível, a cada passo, a avaliação precisa das resistências e do esforço motor, utilizando-se as variáveis *s* e *V*, calculadas no passo anterior.

3 Simulação de tráfego

Um dos resultados fornecidos pela simulação de marcha é a trajetória do trem, ou seja, uma representação gráfica de *s* (*t*) no plano (*s*, *t*). É dado também o tempo de ciclo veicular t_C, ou seja, o tempo que o trem leva para sair de uma base operacional, percorrer a linha inteira parando em todas as estações até a última delas, reverter e retornar à origem.

Com essa informação, pode-se dimensionar o número de trens que compõem a frota de uma linha ou então estabelecer um *headway* (tempo entre trens) pela equação:

$$hfw = \frac{t_C}{n_T} \tag{3}$$

Pode-se considerar simples a simulação de tráfego aqui tratada, pois se considera apenas um tipo de trem e um *headway* uniforme. Entretanto, essas considerações são válidas para o transporte urbano de passageiros.

4 Simulação elétrica

A simulação elétrica da rede de alimentação é considerada a solução do circuito equivalente do sistema de tração montado a cada fração de tempo, cujas posições e potências desenvolvidas pelo trem nesse intervalo são dadas pela simulação de tráfego.

Esse circuito elétrico equivalente, que envolve modelos para trens, subestações retificadoras, cabines de paralelismo, linha de contato e sistema de aterramento é um circuito complexo cuja solução depende da montagem das equações que permitem sua análise. Tal montagem pode ser feita por meio da análise de malhas ou da análise nodal e suas variantes.

Na nodal, todos os elementos são modelados em termos de fontes de corrente e condutâncias. Assim, a representação dos trens pode ser feita por meio de uma fonte de corrente ideal. As subestações podem ser representadas por uma fonte de tensão de valor constante igual à tensão em vazio, ligada em série, com sua resistência interna que são depois convertidas em um gerador de Norton (MARTINS, 1986; TOLEDO et al., 1988).

Os circuitos equivalentes do sistema de tração mais simples permitem analisar a linha inteira (normalmente composta por duas vias) como um único circuito, no qual as resistências da rede de alimentação e do circuito de retorno são consideradas como única resistência em série. Um refinamento desse circuito é a separação das resistências dos circuitos de alimentação e de retorno e a separação entre os circuitos das vias. A complexidade do circuito pode ser ainda maior, se incluídas as células finitas que incorporam os modelos de aterramento do tipo dois ou três terras, desenvolvidos em Silva (1997).

Após a montagem do circuito, o resultado é um sistema linear do tipo:

$$G \cdot U = I \tag{4}$$

Entretanto, o modelo de um trem e da subestação que utiliza fontes de corrente não contempla o caso de receptividade parcial da linha, nem o da freagem regenerativa, nem o da corrente que flui do sistema para dentro da subestação retificadora. O primeiro caso pode ser resolvido por meio da substituição do modelo de fonte ideal de corrente por um de fonte de tensão, de valor igual ao da tensão máxima permitida pelo sistema (CAI; IRVING; CASE, 1995), e o segundo pela substituição da fonte de corrente por uma de tensão ideal de valor igual ao daquela em vazio da subestação.

A inclusão dessas fontes de tensão provoca uma complicação, pois não se pode aplicar a Lei das Correntes de Kirchhoff aos nós conectados a fontes de tensão. No entanto, é possível considerar as correntes nas fontes como incógnitas suplementares, acrescentando-se no sistema linear da equação 4 uma equação por fonte, em um processo conhecido como análise nodal modificada.

A resolução numérica do sistema linear da equação 4 pode ser feita por meio de métodos diretos ou iterativos. Ao se compararem os dois tipos de métodos, pode-se apontar sua falta de robustez como uma desvantagem. Esse fato tem limitado a utilização dos métodos iterativos em aplicações industriais, apesar de existir um apelo intrínseco desses métodos por grandes sistemas lineares (SAAD, 2003).

De fato, nas décadas de 60 e 70 do século passado, a solução de redes elétricas fez com que métodos diretos, conhecidos por sua robustez e comportamento previsível, fossem especialmente desenvolvidos para aplicação em matrizes esparsas. A característica básica desses métodos era a economia em termos computacional e de armazenamento (ibidem), tendo como exemplo o de K. Zollenkopf.

Na mesma época, os métodos baseados na teoria dos gradientes conjugados começaram a surgir. Gradualmente, esses métodos iterativos foram-se equiparando, em qualidade, aos métodos diretos. Somado a esse fato, houve também o aumento, ao longo dos anos, da necessidade de solucionar grandes sistemas lineares. Como resultado disso, tem-se observado em várias aplicações uma notável e rápida mudança relacionada aos métodos iterativos (ibidem).

Assim, historicamente, os métodos diretos como a Eliminação de Gauss, a Bifatorização de Zollenkopf e o Método de Cholesky têm sido muito utilizados na resolução de redes de tração (RAMBUKWELLA et al., 1987; CAI; IRVING; CASE, 1995b). Já os métodos iterativos, como o de Gauss (ou método de Jacobi) e o de Gauss-Seidel apresentados em Martins (1986), não são tão aplicados à tração elétrica. Entretanto, os métodos iterativos baseados na teoria dos gradientes conjugados, como o ICCG, têm apresentado resultados muito bons tanto em tempo de solução quanto em aproximação da solução exata do sistema linear. A Tabela 1 mostra, por meio do programa MATLAB, uma comparação feita entre os métodos citados, para um circuito de tração de 9,815 km de duas vias, contendo 8 trens, 4 subestações e 217 nós.

Tabela 1: Comparação entre os métodos de resolução de sistemas lineares

	Iterações	Tempo (segundos)	Erro relativo
Eliminação de Gauss	217	15,125	0 %
Bi-Fatorização de Zollekopf	217	26,688	0 %
Método de Cholesky	217	8,187	0 %
Método de Gauss	217	30,875	0,872 %
Método de Gauss-Seidel	217	30,891	0,690 %
ICCG	82	4,265	0 %

Fonte: Pires, 2006.

Em relação à Tabela 1, vale notar que a mesma estimativa inicial foi adotada para os três métodos iterativos. Deve-se observar também que um número máximo de iterações foi estabelecido (217), tendo o Método de Gauss e o de Gauss-Seidel atingido esse limite, sem, no entanto, apresentarem uma solução exata.

Durante o regime de tração e o de freagem, as relações entre tensões e correntes na rede de alimentação não são lineares. Essa dificuldade foi resolvida, como já visto, pela utilização de modelos lineares para os trens. No entanto, a não-linearidade do problema requer técnicas de natureza iterativa. Tais técnicas são baseadas na solução do circuito equivalente e atualização do modelo dos trens, de acordo com as tensões calculadas, considerando-se constante a potência elétrica desenvolvida pelo trem na fração de tempo estudada. O processo de solução do circuito equivalente e as atualizações do modelo dos trens são feitos até que se atinja uma tolerância desejada de tensão sobre eles. Nota-se que essa técnica iterativa altera apenas os vetores I e U da equação 4, permanecendo a matriz G inalterada (CAI; IRVING; CASE, 1995).

É claro que essas restrições de tensão e potência podem ser atendidas com a utilização de modelos não lineares, por meio da adaptação dos métodos de fluxo de potência em corrente alternada. No entanto, esse tipo de adaptação não é comum, visto que o Método de Newton-Raphson necessita do cálculo da matriz Jacobiana, além da alteração de seus elementos a cada passo, em uma única fração de tempo, o que não ocorre com a técnica iterativa. Caso se considere uma simulação elétrica para várias frações de tempo, o processo de cálculo pode-se tornar bastante lento (ibidem).

5 Conclusão

A leitura do artigo permite notar que a modelagem e a simulação do sistema de tração elétrica metroferroviária são instrumentos poderosos na previsão e no estudo de alternativas tanto para a construção de novas linhas quanto para a ampliação de linhas existentes.

A precisão dos resultados dependerá do nível de detalhamento dos modelos de cada um dos subsistemas. Entretanto, quanto maior o detalhamento, maior o tempo de cálculo. Desse modo, é importante a utilização de métodos matemáticos apropriados.

Computer simulation of electric railway traction systems: modeling and methods

The behavior of a rail power system can be predicted through computer simulation from mathematical models. The computer simulation is an important instrument for this project, and makes possible a trial of the possibilities at reduced cost, which allows a posterior comparison among them. Due to its significance, this paper briefly describes the modeling and simulation process of rail power systems. This description starts with the physics involved into the train movement and its mathematical modeling. After this, the paper describes the traffic simulation and the representation of the electric traction circuit that feeds the trains in physical and mathematical terms. Finally, this paper proposes the application of a numerical method to solve this electric traction circuit.

Key words: Electric traction. Railways. Subways.

Referências

CAI, Y; IRVING, M. R.; CASE, S. H. Iterative techniques for the solution of complex DC-rail-traction systems including regenerative braking. *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. v. 142, n. 5, p. 445-452, Sept. 1995.

______. Modelling and numerical solution of multibranched DC rail traction power systems. *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, v. 142, n. 5, p. 323-328, Sept. 1995b.

SILVA, J. A. P. da. *Uma nova metodologia para a avaliação dos sistemas de aterramento metro-ferroviários*. 1997. 71 p. Tese (Doutorado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

DAVIS Jr., W. J. The tractive resistance of electric locomotives and cars. *General Electric Review*, v. 29, n. 10, p. 685 – 707, Oct. 1926.

FILIPOVIC´, Ž. *Elektrische Bahnen*: Grundlagen, Triebfahrzeuge, Stromversorgung. 3. ed. Heidelberg: Springer, 1995. 277p.

HOFMANN, G.; LÖSEL, T.; RÖHLIG, S. Simulationssystem für die Auslegung der Bahnenergieversorgungsanlage sowie von Triebfahrzeugen und Triebfahrzeugkomponenten. *VDI Berichte*, n. 1219, p. 331-351, 1995.

KALLER, R., ALLENBACH, J.-M. *Traction électrique*. 1.ed. Lausanne: Presses Universitaires Romandes, 1995. v.1. 292 p.

MARTINS, R. W. C. *Sistemas de tração elétrica*: análise e dimensionamento. 1986. 311 p. Dissertação (Mestrado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.

PIRES, C. L. *Simulação do sistema de tração elétrica metro-ferroviária*. 2006. 370p. Tese (Doutorado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-22042007-212920/.

RAMBUKWELLA, N. B. et al. Traction equipment modelling and the power network solution for DC supplied rapid transit power system studies. In: *International Conference on Electric Railway Systems for a New Century*, London, 1987. Anais. London: IEE, 1987. p. 218-224.

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2. ed. Philadelphia: Society for Industrial Applied Mathematics, 2003. 528 p.

STRAHL, G. Verfahren zur Bestimmung der Belastungsgrenzen der Dampflokomotiven. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Band 57, p. 521-257, Feb. 1913; p. 326-332, 421-424, März 1913.

TOLEDO, E. D. et al. *Tração elétrica*. 1. ed. São Paulo: Nobel, 1988. v. 2. 309p.

______. *Tração elétrica*. 1. ed. São Paulo: Nobel, 1987. v.1. 371p.

WENDE, D. *Fahrdynamik des Schienenverkehrs*. 1. ed. Wiesbaden: Teubner, 2003. 358 p.

Recebido em 2 jul. 2008 / aprovado em 11 dez. 2008

Para referenciar este texto

PIRES, C. L.; NABETA, S. I.; CARDOSO, J. R. Simulação digital do sistema de tração elétrica metroferroviária: modelagem e métodos. *Exacta*, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 229-235, jul./dez. 2008.