# Simulação computacional do escoamento de grãos em silos

Computational simulation of grain flow in silos

André Carlos Silva

Graduado em Engenharia de Minas, Mestre em Engenharia Mineral – UFOP; Professor titular e coordenador do curso de Engenharia de Minas – Unipac. Redemat/UFOP/CETEC/UEMG Ouro Preto – MG [Brasil] andre@iceb.ufop.br

#### Américo Tristão Bernardes

Instituto de Ciências Exatas e Biológicas Departamento de Física – Defis/ICEB/UFOP Ouro Preto – MG [Brasil] atb@iceb.ufop.br

> Materiais granulares necessitam de armazenamento em estruturas apropriadas, como os silos. Conhecer como se comportam tais materiais nos silos permite melhor compreensão de importantes fenômenos que ocorrem em seu interior, por exemplo, sua descarga. Neste trabalho, apresenta-se um modelo computacional desenvolvido por meio da técnica denominada autômato celular para simular tanto a geração de um pacote granular denso, mas ainda poroso, em um silo, quanto seu posterior descarregamento, produzindo um escoamento do material granular pelo orifício de descarga desse dispositivo. Os dados gerados pela simulação foram validados com o auxílio de um aparato experimental de baixo custo, um silo bidimensional com regulagem do ângulo da tremonha, construído totalmente em acrílico. Para os resultados encontrados, foi possível realizar um ajuste linear, observando-se uma forte correlação entre os dados experimentais e simulados e esse ajuste. Assim, os resultados mostram que o modelo computacional proposto tem uma adesão aceitável aos dados experimentais.

Palavras-chave: Escoamento. Grãos. Silo. Simulação.

Granular materials need storage in suitable structures, such as the silos. The knowledge of the material behavior allows a better understanding of important phenomena that occurs inside it, for example, its discharge. This paper shows a computational model developed by means of the technique known as cellular automata to simulate both the creation of a granular dense package, but porous, in a silo, or its posterior discharge, generating a granular material flow through the silo discharge outlet. The data created by simulation were validated with the help of an experimental device of low cost, a bi-dimensional silo that allows setting up the outlet inclination, which was built in acrylic. For the founded results, a linear regression was possible to be performed, observing a strong correlation between the experimental and simulated data and the linear fit. Thus, the results show an acceptable fit between the computational model and the experimental data.

Key words: Flow. Grains. Silo. Simulation.

## 1 Introdução

Todo e qualquer material requer um procedimento adequado para sua estocagem e/ou armazenamento. Materiais granulares são usualmente estocados em silos que são estruturas de armazenagem de grãos reconhecidamente importantes nas mais diversas áreas, tais como a agricultura, mineração e indústria cimenteira.

Vários autores têm-se dedicado a simular computacionalmente o problema da geração de um pacote granular denso em um silo (seja ele bi ou tridimensional) e sua posterior descarga por um orifício. Para isso, muitas técnicas de simulação computacional têm sido testadas. Pode-se, contudo, destacar alguns trabalhos de reconhecida importância, por exemplo o de Langston et al. (1995) que utilizaram um modelo computacional baseado em elementos discretos (DE) para simular o fluxo de material granular armazenado em um silo por uma tremonha. Outros autores, como Allen e Tildesley (1987) e Rapaport (2004), usaram modelos baseados em dinâmica molecular (MD) de partículas elásticas. Já Lubachevsky (1991) e Herrmann e Luding (1998) utilizaram um modelo de simulação conduzida por eventos (EDS) para partículas rígidas.

A metodologia para a simulação da descarga de silos usada neste trabalho é a denominada autômato celular (CA). Tal técnica é uma poderosa ferramenta para descrever, entender e simular o comportamento de sistemas físicos complexos, nos quais existe uma dificuldade razoavelmente grande em se utilizar as abordagens convencionais, baseadas em equações diferenciais. Quando se trabalha com autômatos celulares o comportamento do objeto simulado não é descrito em termos de equações diferenciais, mas sim em sistemas discretos. A maior desvantagem dessa técnica de simulação reside no fato de que os modelos gerados são puramente cinéticos, não considerando a dinâmica dos fluidos, ou no caso deste trabalho, do meio granular. Kozicki e Tejchman (2005) usaram CA para a simulação de padrões de descarga de silos, adotando em seu trabalho quatro regras simples para o autômato que, segundo os autores, conseguem descrever de forma aceitável os dois tipos de descarga comumente observados em silos: a descarga mássica e a em funil. Contudo, o modelo desenvolvido pelos autores não é capaz de simular um empacotamento granular poroso.

# 2 Materiais e métodos

#### 2.1 Aparato experimental – Silo bidimensional

De modo a confrontar e mesmo validar os dados gerados pela simulação computacional foi construído um aparato experimental (silo bidimensional) composto por placas planas de acrílico transparente. A designação de bidimensional se deve ao fato de o material colocado no silo formar uma monocamada de grãos em seu interior. Diante disso, o silo proposto permite o estudo da movimentação das partículas sendo descarregadas, desconsiderando-se o atrito relativo entre duas camadas de material, ou mesmo entre o material e o silo. Duran et al. (1996) usou um aparato semelhante ao proposto para estudar o movimento de esferas monodispersas de óxido de alumínio com 1,5 mm diâmetro em um silo de paredes de vidro. Já Yang e Hsiau (2001) usaram placas de vidro como parte frontal e traseira de um silo bidimensional para simular a descarga de esferas de vidro, com diâmetro médio de 3 mm, e de esferas de polietileno, com diâmetro médio de 6 mm.

Para a montagem do silo, foram cortadas duas placas de acrílico transparente de 155 x 45 x 0,5 cm (largura x comprimento x espessura), para serem usadas como sua parte frontal e traseira. Para compor a lateral, utilizaram-se duas peças do

mesmo acrílico, com 90 x 10 x 0,3 cm (conforme mostrado na Figura 1a em cinza claro). Em tais pecas, foi cortado um encaixe circular para que a inclinação da tremonha do dispositivo pudesse ser regulada de 0 a 90 graus, encaixando-se nas peças laterais sem gerar nenhuma abertura na lateral do silo. Ainda, para compor o fechamento entre as partes do silo, duas peças de 10 x 10 x 0,3 cm foram instaladas em sua base (Figura 1a em cinza escuro). Para junção das peças de acrílico, utilizaram-se parafusos de 0,5 cm, com arruelas e porcas (os pontos de perfuração das placas de acrílico são mostrados na Figura 1 por cruzes). Como as peças instaladas entre as plaças frontal e traseira do silo tinham espessura de 0,3 cm, a espessura interna no silo também tinha essa mesma medida. Para dar sustentação vertical do silo e manter o seu ponto de descarga afastado do chão, foram coladas nas peças de acrílico, frontal e traseira, duas peças trapezoidais (Figura 1b), apoiadas sobre uma placa de 45 x 25 x 0,5 cm.

Para que fosse possível a movimentação da tremonha dentro do aparato, foram feitos rasgos em semicírculos nas placas frontal e traseira e na placa da tremonha (Figura 1a), o que permite regular o ângulo da mesma. Contudo, o tamanho do bocal de descarga do silo varia de acordo com a inclinação,uma vez que a peça em acrílico desenvolvida para atuar como tremonha possui um comprimento de 12,5 cm para dentro do silo. Desse modo, quando as placas são montadas em um ângulo de 0 grau, o silo fica completamente fechado e, quando ela é regulada para um ângulo de 90 graus, ele fica completamente aberto. A espessura da placa da tremonha era compatível com as demais partes internas do silo e igual a 0,3 cm.

De modo a facilitar a configuração da inclinação da tremonha, foi gravada uma escala em ambos os rasgos, variando de 0 a 90 graus. Nas peças frontais, foi gravada uma escala linear com precisão de 1 cm para a verificação da altura de material dentro do silo. Todos os cortes, perfurações e/ou gravações realizadas nas placas de acrílico foram feitas usando um *laser* CNC, tendo como modelo de entrada o desenho do silo feito em AutoCAD.





Como material a ser usado no silo, foram cortados discos de acrílico com diâmetro nominal de 2 e 4 cm e espessura de 0,2 cm. A Figura 2 apresenta duas fotos do silo carregado, a primeira com 100 discos de acrílico de 4 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 60 graus (Figura 2a). A segunda (Figura 2b) mostra o silo carregado com 300 discos de acrílico de 2 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 45 graus.

Artigos

Os testes realizados com o silo consistiam em mensurar o tempo de descarregamento considerando a quantidade de discos nele colocado e a inclinação da tremonha. Para a mensuração correta e precisa do tempo de descarga do aparato, utilizou-se uma câmera digital Cyber-Shot DSC-50H, fabricada pela Sony, para realizar a filmagem em resolução Full HD (resolução 1080p) da descarga dos discos. Após a filmagem, o vídeo produzido era editado e a sua duração mensurada utilizandose o software livre VirtualDub 1.8.8, compilação 30091, desenvolvido por Avery Lee. A câmera digital Cyber-Shot DSC-50H é capaz de gerar vídeos em trinta quadros por segundos (30 fps), criando assim um quadro do objeto filmado a cada trinta e três milissegundos, sendo essa a precisão obtida com a medição do tempo de descarga do silo.



Figura 2: Silo proposto carregado com discos. (a) 100 discos de acrílico de 4 cm de diâmetro, espessura de 0,2 cm e ângulo da tremonha de 60 graus. (b) 300 discos de acrílico de 2 cm de diâmetro, espessura de 0,2 cm e ângulo da tremonha de 45 graus

Fonte: Os autores.

#### 2.2 Modelo computacional

Segundo Kozicki e Tejchman (2005), o método dos autômatos celulares é uma poderosa aproximação usada para descrever, entender e simular o comportamento de sistemas físicos complexos, os quais são difíceis de descrever usando aproximações mais tradicionais (equações diferenciais). Tal método é visto como uma forma alternativa para a realidade microscópica, quando esta exibe o comportamento macroscópico esperado.

Ainda segundo os mesmos autores, o conceito de autômato celular remonta à década de 1950. Durante os 50 anos de aplicação desse método, ele foi desenvolvido e utilizado em vários campos da física, da química e da biologia ligados ao escoamento de fluidos, sendo também usado para simular o comportamento de materiais granulares sobre vibração, empilhamento, segregação e disposição em paredes de contenção e escoamento rápido. Os autômatos celulares têm sido usados para simular silos de materiais granulares em razão de os grãos se comportarem mais como fluidos do que como sólidos, apesar de a fricção do material interno do silo ser um efeito de grande importância. Autômatos celulares possuem as mesmas vantagens e desvantagens relativas às outras técnicas de simulação. As vantagens incluem a possibilidade de simulação de um grande número de partículas, falta de restrições para as deformações, implementação computacional simples e pequenas quantidades de tempo computacional são requeridas para descrever o fluxo. O comportamento do fluxo é descrito não em termos de equações diferenciais, mas em sistemas discretos. A maior desvantagem reside no fato de que tais modelos são puramente cinemáticos e a dinâmica do fluxo propriamente dita não é envolvida na simulação.

O modelo proposto neste trabalho simula o escoamento de grãos com formato circular em um silo, considerando esse movimento em duas dimensões. O pacote granular gerado deve ser denso, mas permitindo a existência de poros entre os grãos. Para tal, são propostas quatro regras de movimentação, a saber:

- Os discos devem ser inseridos no topo do silo para se depositarem na menor cota possível;
- A estabilidade do pacote granular deve ser verificada com relação à posição entre o disco recém inserido no silo e os demais discos pré-existentes;
- A cada iteração, deve-se verificar a posição atual do disco e se ele pode mover-se para baixo ou lateralmente, quando se encontra apoiado no fundo do silo;
- Os discos encontrados na cota zero do silo (bocal de descarga) devem ser retirados, consequentemente, deixando o sistema simulado.

A Figura 3 apresenta a segunda regra, detalhando a avaliação da estabilidade do pacote granular. Quando um disco se deposita entre dois outros discos pré-existentes, de modo que o centro desse esteja acima do centro dos dois outros discos, os dois pré-existentes são "empurrados" em sentidos opostos, de modo que o disco superior seja encaixado entre esses (Figura 3a). Assim, da movimentação dos pré-existentes é feita uma verificação se tal movimento é possível. Se ambos os discos pré-existentes podem mover-se, cada um é deslocado lateralmente com a mesma magnitude, caso contrário apenas um é movido.

Quando um disco em movimento descendente encontra apenas um ponto de apoio, ou seja, somente um disco abaixo dele, o descendente é deslocado lateralmente, simulando uma rotação entre ele e o pré-existente (Figura 3b). No modelo desenvolvido, os discos transladam, não sendo considerados movimentos rotacionais. Após o deslocamento lateral do disco descendente, verifica-se seu posicionamento até que seja atingida uma posição estável para a deposição do disco.

Para a geração do pacote granular, implementou-se um *loop* em que os discos eram inseridos um a um no topo do silo. Após atingir-se o número máximo de discos pré-estabelecido no



Figura 3: Detalhamento da avaliação da estabilidade do pacote granular gerado Fonte: Os autores.

silo, inicia-se seu descarregamento, sempre seguindo as regras descritas anteriormente para o autômato celular. A Figura 4 apresenta quatro empacotamentos gerados pelo simulador: o primeiro, com 100 discos de 40 pixels de diâmetro cada (Figura 4a); o segundo, com 400 discos cada um com 20 pixels de diâmetro (Figura 4b); o terceiro, com 1.700 discos de 10 pixels de diâmetro cada (Figura 4c), e o quarto, com 11.000 discos de 4 pixels de diâmetro cada (Figura 4d). Nos quatro casos mostrados na Figura 4, as dimensões do silo eram as mesmas: altura de 746 pixels, largura de 250 pixels, ângulo da tremonha de 60° e tamanho da tremonha igual a 125 pixels. Tais valores foram adotados de modo a retratar as dimensões do silo bidimensional usado para a validação dos dados experimentalmente, equiparando 1 pixel da simulação com 1 mm do experimento.

#### 3 Resultados

De modo a caracterizar os discos utilizados, foram feitas medições de seu diâmetro, espessura e peso. A Tabela 1 apresenta os dados dos discos de acrílico, sendo ensaiados 90 discos para a realização da caracterização. Nota-se que o diâmetro



Figura 4: Quatro pacotes granulares gerados pelo simulador desenvolvido Fonte: Os autores.

médio dos discos de acrílico é diferente do seu diâmetro nominal. A alimentação do silo constituiuse então de discos polidispersos, uma vez que tinham o diâmetro ligeiramente variante.

A Figura 5 apresenta os resultados experimentais para os discos de 2 cm de diâmetro. Foram realizados ensaios com três diferentes inclinações da tremonha: 45, 60 e 75 graus. Já a Figura 6 apresenta os resultados para os discos de 4 cm de diâmetro com inclinações da tremonha de 60 e 75 graus. Não foram efetuados testes para os discos de 4 cm com inclinação da tremonha de 45 graus, pois a ocorrência de entupimentos do silo (arco de tensões) era muito frequente.



Figura 5: Resultados obtidos com o silo bidimensional proposto usando discos de acrílico de 2 cm de diâmetro Fonte: Os autores.

Tabela 1: Resultados da caracterização dos discos de acrílico usados nos ensai	os com o silo
--	---------------

Diâmetro nominal [mm]	Diâmetro médio [mm]	Desvio padrão [mm]	Espessura média [mm]	Desvio padrão [mm]	Peso médio [g]	Desvio padrão [g]	Massa específica [g/cm³]
20,00	16,86	0,044	2,03	0,057	0,73	0,037	0,40
40,00	39,65	0,066	2,04	0,067	3,08	0,184	0,31

Fonte: Os autores.



As figuras de 7 a 11 apresentam uma comparação entre os resultados obtidos com o silo bidimensional e os dados gerados pela simulação computacional. Os resultados mostrados na Figura 7 referem-se a uma inclinação da tremonha de 45 graus e discos de 2 cm de diâmetro nominal. Para este ensaio, obteve-se um ajuste linear dos dados experimentais com uma adesão de 99,17%, e um ajuste linear dos dados simulados, com uma adesão de 98,92%.



Figura 7: Comparação dos resultados da simulação computacional e dos ensaios com o silo bidimensional para os discos de 2 cm de diâmetro e ângulo da tremonha de 45 graus Fonte: Os autores.

A Figura 8 apresenta os resultados para uma inclinação da tremonha de 60 graus e discos de 2 cm de diâmetro nominal. Neste teste de desempenho, houve um ajuste linear dos dados experimentais com uma adesão de 99,87%, e um ajuste linear dos dados simulados, com 97,21%.



Figura 8: Comparação dos resultados da simulação computacional e dos ensaios com o silo bidimensional para os discos de 2 cm de diâmetro e ângulo da tremonha de 60° Fonte: Os autores.

Já a Figura 9 mostra os resultados para uma inclinação da tremonha de 75 graus e discos de 2 cm de diâmetro nominal. Foi obtido, neste ensaio, um ajuste linear dos dados experimentais com



Figura 9: Comparação dos resultados da simulação computacional e dos ensaios com o silo bidimensional para os discos de 2 cm de diâmetro e ângulo da tremonha de 75 graus Fonte: Os autores.

uma adesão de 99,32%, e um ajuste linear dos dados simulados, com 96,16%.

Na Figura 10, podem-se observar os resultados para uma inclinação da tremonha de 60 graus e discos de 4 cm de diâmetro nominal. Para este ensaio, obteve-se um ajuste linear dos dados experimentais com uma adesão de 99,06%, e para o ajuste linear dos dados simulados, adesão de 91,92%.





A Figura 11 apresenta os resultados para uma inclinação da tremonha de 75 graus e discos de 4 cm de diâmetro nominal. Neste teste, obtevese um ajuste linear dos dados experimentais com uma adesão de 93,24%, e para o ajuste linear dos dados simulados, uma adesão de 98,%.

Os resultados exibidos nas figuras de 7 a 11 foram testados com outros tipos de ajustes diferentes do linear. Contudo, é notório que nas ampulhetas – instrumentos, por vários séculos, usados em medições temporais –, a forma da pilha de grãos de areia não influencia no tempo por elas mensurado, mas sim a quantidade de areia no interior desses objetos. Dessa forma, é aceitável assumir uma relação linear entre a altura de areia dentro da ampulheta e o tempo necessário para a



Figura 11: Comparação dos resultados da simulação computacional e dos ensaios com o silo bidimensional para os discos de 4 cm de diâmetro e ângulo da tremonha de 75 graus Fonte: Os autores.

sua descarga. Assim sendo, adotou-se neste trabalho o ajuste linear para modelar o tempo de descarregamento do silo de acordo com a quantidade de partículas nele contidas.

#### 4 Discussão

Como pode ser visto nas figuras de 7 a 11, o processo de descarregamento de um silo, quando se compara a quantidade de partículas presentes nele *versus* o tempo de descarregamento, tem uma boa adesão à regressão linear. O melhor ajuste entre os dados experimentais e a regressão linear obteve uma adesão de 99,87% (experimento com discos de 2 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 60 graus, Figura 8), e o pior ajuste, 98,45% (experimento com discos de 4 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 75 graus, Figura 11).

Quanto aos dados oriundos da simulação, foi realizada uma análise do número de iterações necessárias para descarregar o silo *versus* o número de partículas nele contidas. Novamente, obtiveram-se bons resultados para a regressão linear. O melhor ajuste entre os dados simulados e a regressão linear teve uma adesão de 99,92% (experimento com discos de 2 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 45 graus, Figura 7), e o pior ajuste, 91,91% (experimento com discos de 4 cm de diâmetro e inclinação da tremonha de 60 graus, Figura 10).

As equações obtidas para os dados reais e os simulados possuem uma forte correlação entre si. Apesar da escala do eixo das ordenadas não serem as mesmas, o comportamento das retas mostra-se semelhante em termo de coeficiente tanto angular quanto linear. Destacam-se a Figura 9, em que as retas obtidas são quase paralelas, e a Figura 8, em que são quase coincidentes.

### 5 Conclusões

Por meio dos experimentos conduzidos, conclui-se que o escoamento de grãos em um silo pode ser simulado, com uma precisão aceitável, utilizando-se uma metodologia denominada autômato celular. Para tal, desenvolveu-se um simulador que implementa quatro regras simples de movimentação para o material granular. Os dados obtidos pela simulação foram confrontados com os reais gerados em um silo bidimensional de placas planas construído em acrílico. A análise dos resultados mostra uma significativa correlação entre o modelo computacional proposto e os dados experimentais. Sugerem-se alguns trabalhos futuros, tal como a variação do material de constituição dos discos usados no silo bidimensional, de modo que o ângulo de atrito entre os discos e o silo varie. Apesar de o silo ter sido montado de forma que os discos não atritassem com suas paredes, observou-se durante os experimentos que isso pode ocorrer em alguns casos. Outras sugestões são a mudança da forma das partículas e a realização de experimentos com partículas ainda menores.

# **6** Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento deste projeto, à Rede Temática em Engenharia de Materiais (Redemat) e à Universidade federal de Ouro Preto (UFOP).

### Referências

ALLEN M. P., TILDESLEY, D. J. Computer simulation of liquids. New York: Oxford University Press, 1987. 408 p.

DURAN, J. et al. Discontinuous decompaction of a falling sandpile. *Physical Review E*, v. 53, n. 2, p. 1923-1930, 1996.

HERRMANN, H. J., LUDING, S. Modeling granular media on the computer. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, v. 10, n. 4, p. 189-231, 1998.

KOZICKI, J., TEJCHMAN, J. Simulations of flow patterns in silos with a cellular automaton: part 1. *TASK Quarterly*, v. 9, n. 1, p. 81-102, 2005.

KOZICKI, J., TEJCHMAN, J. Simulations of flow patterns in silos with a cellular automaton: part 2. *TASK Quarterly*, v. 9, n. 1, p. 103-114, 2005.

LANGSTON, P. A., TUZUN, U., HEYE, D. M. Discrete element simulation of granular flow in 2d and 3d hoppers: dependence of discharge rate and wall stress on particle interactions. *Chemical Engineering Science*, v. 50, n. 6, p. 967-987, 1995.

LUBACHEVSKY, B. D. How to simulate billiards and similar systems. *Journal of Computational Physics*, v. 94, n. 2, p. 255-283, 1991.

RAPAPORT, D. C. *The art of molecular dynamics simulation*. 2. ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 564 p.

YANG, S. C., HSIAU, S. S. The simulation and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts. *Powder Technology*, v. 120, n. 3, p. 244-255, 2001.

Recebido em 8 set. 2009 / aprovado em 18 mar. 2010

**Para referenciar este texto** SILVA, A. C.; BERNARDES, A. T. Simulação computacional do escoamento de grãos em silos. *Exacta*, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 45-53, 2010.

# alan a sa sa sa