

Desenvolvimento de um Algoritmo para a Expansão de Capacidade do Problema de Projeto de Redes sob Efeito de Congestionamento

Development of an Algorithm for Capacity Expansion on a Network Design Problem under Congestion Effects

Recebido: 01 abr. 2021

Aprovado: 08 out. 2021

Versão do autor aceita publicada online: 08 out. 2021

Publicado online: 25 out. 2021

Como citar esse artigo - American Psychological Association (APA)

Freitas, T. B. Santos., K. D., & Rodrigues, E. S. (2023, jul./set.). Desenvolvimento de um algoritmo para a expansão de capacidade do problema de projeto de redes sob efeito de congestionamento. *Exacta*, 21(3), 711-724. <https://doi.org/10.5585/exactaep.2021.19783>

Submeta seu artigo para este periódico

Processo de Avaliação: *Double Blind Review*

Editor: Dr. Luiz Fernando Rodrigues Pinto



Dados Crossmark



DESENVOLVIMENTO DE UM ALGORITMO PARA A EXPANSÃO DE CAPACIDADE DO PROBLEMA DE PROJETO DE REDES SOB EFEITO DE CONGESTIONAMENTO

DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR CAPACITY EXPANSION ON A NETWORK DESIGN PROBLEM UNDER CONGESTION EFFECTS

Túlio Bitencourt de Freitas¹ Karolliny Danielle Santos² Edwaldo Soares Rodrigues³

Resumo: Uma área da Pesquisa Operacional bastante estudada é o problema de projeto de redes. Alguns problemas impactam diretamente nas redes, diminuindo sua qualidade de serviço, como o congestionamento, sendo o principal problema abordado neste trabalho. Dessa forma, objetiva-se desenvolver um algoritmo capaz de tratar o problema de projetos de rede sob efeito de congestionamento. A formulação matemática do problema foi elaborada, abrangendo a expansão de capacidade, onde a quantidade de *commodities* enviada nos *links* é expandida bem como a instalação de novos *links*; em seguida, foi desenvolvido o algoritmo. Na realização de testes foram utilizadas as instâncias de Nugent, os resultados obtidos foram apresentados, e, para melhor compreensão dos mesmos, foi representada graficamente a instância de 15 nós. Finalmente, conclui-se que o algoritmo foi capaz de modificar a rede de acordo com a expansão de capacidade nos *links*, e, tratar o congestionamento, melhorando a qualidade de serviço das redes.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Projeto de Redes. Expansão de Capacidade. Congestionamento. Instalação de Links.

Abstract: A field of Operational Research heavily studied is the network design problem. Some problems affect the networks directly, decreasing your quality of service, like congestion, which is the main problem approached in this paper. In this way, the objective is to develop an algorithm capable of dealing with network design problem under congestion effects. The mathematical formulation of the problem was elaborated, approaching capacity expansion, which expands the quantity of commodities sent on the expanded link and the installation of new links: then, the algorithm was developed. The tests conducted in this paper were based on Nugent instances, the results obtained were presented, and, for better understanding, the 15 nodes instance was graphically represented. Finally, the algorithm developed was capable of modifying the network according to the link capacity expansion, and, treat the congestion effect, improving the network quality of service.

Keywords: Operational Research. Network Design. Capacity Expansion. Congestion. Link Installation.

¹ Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) / Graduando de Bacharelado em Engenharia de Computação na Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG. Divinópolis, Minas Gerais, Brasil.

² Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) / Professora - Doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG. Professora designada da Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG. Divinópolis, Minas Gerais, Brasil.

³ Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) / Coordenador / Mestre em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP. Professor designado na Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG. Divinópolis, Minas Gerais, Brasil.

1 Introdução

Uma das áreas mais estudadas nos últimos anos tem sido a otimização combinatória, especificamente, o problema de projeto de redes. O grande interesse nessa área se dá pela alta aplicabilidade das redes. Nagurney (2002) menciona que problemas sociais econômicos, como o transporte, distribuição de energia, comunicação, entre outros, são representados por redes. Redes de transporte permitem a movimentação diária da população para chegar ao trabalho, escolas, hospitais e afins; as redes de distribuição de energia para que as pessoas tenham acesso à eletricidade; as redes de distribuição de comunicação permitem o envio rápido de informações, videoconferências, entre outros.

Algumas aplicações de modelos de rede podem ser vistas em (Belieres, Hewitt, & Jozefowicz, 2021) Cordeau, Pasin e Solomon (2006), sobre logística de produtos; (Bharath-Kumar e Jaffe (1983)), sobre redes de computadores e o encaminhamento de mensagens via rede (Liang, Lu, & Shen, 2021) sobre serviços relacionados à Internet e computação em nuvem. Há aplicações também nas áreas de distribuição de energia elétrica como em Dantzig (1962) e Ramírez-Rosado e Domínguez-Navarro (2006); de tráfego (Conceição & Correia, 2020); de transporte público (Contreras, Fernández e Marín (2009); Contreras, Fernández e Marín, 2010); de fornecimento de suprimentos Hatfehi, Moshashae e Mahdavi (2019); de distribuição marítima (Koza & Desaulniers, 2020) e (Hellsten & Sacramento, 2021); de distribuição farmacêutica (Janatyan, Zandieh, & Alem-Tabriz, 2021) de coleta e reciclagem de pneus (Fathollahi-Fard, Hajiaghahi-Keshteli e Mirjalili (2018)); de coleta e abastecimento de água (Fathollahi-Fard, Hajiaghahi-Keshteli, & Tian, 2020); de transporte de materiais perigosos (Fontaine, Crainic, Gendreau e Minner 2020); de resíduos perigosos (Yu, Sun, Solvang, & Laporte, 2020), entre outras. Em todas essas aplicações é implementado um modelo de redes, visando sua otimização.

Randazzo e Luna (2001) e Santos, de Miranda e de Camargo (2016) afirmam que o problema de projeto de redes consiste em ligar um nó de fornecimento (nó fonte) a outros nós, sendo eles, nós de demanda, a fim de satisfazer toda a quantidade demandada a um custo mínimo total. Contudo, problemas como congestionamento pode interferir na rede, fazendo com que a quantidade demandada não seja totalmente atingida. Leblanc (1975), Ouorou, Luna e Mahey (2001) e Nagurney e Qiang (2007) implementam modelos de redes para solucionar o problema de projeto de redes sob efeito de congestionamento, onde demonstraram que o congestionamento afeta diretamente a rede, diminuindo sua qualidade de serviço.

Uma solução para melhorar a rede, aumentando o fluxo de serviços e tratando o problema de congestionamento é a capacidade estendida, sendo ela o aumento dos fluxos de serviços dos *links* mais necessitados na rede. A capacidade estendida pode ser vista nos trabalhos de Ordóñez e Zhao (2007), Baskan (2014), Schumacher, Li-Yang Chen, Cohn e Castaing (2016) e Garuba, Goerigk e Jacko (2009).



Outra solução para tratar do congestionamento, e, melhorar a qualidade da rede, é a instalação de novos *links*.

A instalação de novos *links* em uma rede, consiste em modificar a sua estrutura física, removendo e adicionando novos *links*, esta técnica é abordada por Yang e Bell (1998) e Atamturk e Gunluk (2017), os quais demonstram em seus trabalhos que adicionar novos *links* é uma opção para tratar problemas presentes na rede como, congestionamento e baixa qualidade de serviço.

Nesse contexto, o principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um algoritmo para solucionar o problema de congestionamento e má qualidade de serviço na rede, seja pela instalação de novos *links*, ou, pela expansão da capacidade desses *links*, considerando os efeitos do congestionamento, como os autores citados anteriormente realizaram em seus trabalhos.

Os autores citados anteriormente resolveram o problema de congestionamento e má qualidade de serviço da rede, contudo, abordam separadamente, a expansão de *links*, ou, a instalação de novos *links* na rede congestionada. Logo, O diferencial deste trabalho em relação aos citados anteriormente, é, que este trabalho aborda, em conjunto, os três problemas, capacidade estendida, instalação de novos *links* e congestionamento.

A continuidade deste artigo está organizada da seguinte maneira: na Seção 2 são apresentadas as definições e formulações utilizadas. Na Seção 3 são apresentadas as técnicas utilizadas. Na Seção 4 são apresentados os testes computacionais realizados, bem como sua análise. E, por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2 Definições e Formulações

Um grafo é representado por um conjunto finito N que são os nós (vértices) e, por pares de nós $(i,j) \in E$ e $i,j \in N$ onde a conexão entre os nós (i,j) são denominadas arestas, caso as arestas possuam um peso, este grafo se torna um grafo ponderado. Uma rede é um grafo ponderado $G = (N,E)$.

Para cada nó do problema de projeto de redes, há uma demanda, a qual deve ser atendida. Em alguns casos, a quantidade demandada pode ser maior do que a quantidade fornecida. Para resolver esse problema, a rede pode ser modelada por meio de um problema de expansão de capacidade. Atamturk e Gunluk (2017) dizem que problemas de capacidade podem ser representados por três modelos diferentes, sendo eles: direcionado, bi-direcionado, não direcionado. Este artigo está trabalhando com o modelo direcionado, pois neste modelo o fluxo total que um arco possui pode ser restringido pela capacidade total instalada nesse arco.

Sendo o índice de demanda representado por $k \in K$ e s o nó raiz, o qual envia as informações pela rede a K nós de demanda, onde $K \subset N$. O custo de envio de serviços da demanda do nó $k \in K$ é representado por c_{ij} . Sendo a matriz de custo $c_{ij} = \theta^{k_{ij}} \beta_{ij}$ definida por (Nugent, Vollmann, & Ruml, 1968), no qual θ^k é o custo de transporte da demanda do nó k e, $\beta^{k_{ij}}$ é a distância entre os nós i e j . Já δ

representa o custo da instalação de infraestrutura por unidade de distância, e, γ representa o custo de ativação do arco.

As seguintes variáveis de decisão são utilizadas: $x_{ij} \in \{0,1\}$, $\forall (i,j) \in E$, o qual indica se o arco (i,j) é ativado ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$). O fluxo unitário é representado por $g_{ij} \geq 0$ que passa pelo arco $(i,j) \in E$, enquanto que $\varphi_{ij} \geq 0$ representa o fluxo global do arco $(i,j) \in E$. A capacidade existente no link que conecta o par de nós $(i,j) \in E$ é representada por ζ , por fim, $\tau\varphi_{ij}$ representa o custo de congestionamento no arco $(i,j) \in E$.

Tabela 1

Descrição das variáveis utilizadas na formulação matemática

Variável	Descrição
k	Demanda
s	Nó raiz
$c_{ij} = \theta^k \delta_{ij}$	Custo específico de transporte da demanda do nó k
x_{ij}	Variáveis de decisão
g_{ij}	Fluxo unitário que passa pelo arco (i,j)
φ_{ij}	Fluxo global do arco (i,j)
ζ	Capacidade adicionada nos links da rede
$\tau\varphi_{ij}$	Congestionamento na rede
δ	Representa o custo da instalação de infraestrutura por unidade de distância
γ	Escalar que representa o custo de ativação do arco

A função convexa não-linear de degradação do nível de serviço é representada pelo custo de congestionamento nos arcos, sendo separável por arco e representada pela lei de potência conforme se verifica na Equação (1) a seguir:

$$\tau_{ij}(\varphi_{ij}) = e\varphi_{ij}^p \quad \forall (i,j) \in E \tag{1}$$

onde $e > 0$ e $p \geq 1$ são escalares que representam a participação dos custos de congestionamento do custo total. Dessa forma, o algoritmo para resolver o problema de projeto de redes é apresentado como o modelo matemático descrito por meio das Equações de (2) a (11), conforme se verifica a seguir:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} [\delta c_{ij} x_{ij} + \tau(\varphi_{ij})^2 + \gamma c_{ij} g_{ij}] \tag{2}$$

$$s. t. : \sum_I x_{ij} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in E \tag{3}$$



$$\sum_{k \in K} \varphi_{ij} \geq g_{ij} - \zeta \quad \forall c_{ij} \neq 0 \quad (4)$$

$$\sum_{(s,j) \in E} g_{sj} = \sum_{k \in K} d_k \quad \forall \sum_j c_{sj} \neq 0 \quad (5)$$

$$\sum_{(i,k) \in E} g_{ik} - \sum_{(k,j) \in E} g_{kj} = d_k \quad \forall k \in K : d_k \neq 0 \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} g_{ij} - \sum_{(j,i) \in E} g_{ji} = 0 \quad \forall j : j \neq 1 \text{ e } d_j = 0 \quad (7)$$

$$g_{ij} \leq \left(\sum_{k \in K} d_k \right) x_{ij} \quad \forall (i,j) \in E : c_{ij} \neq 0 \quad (8)$$

$$\varphi_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E \quad (9)$$

$$g_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E \quad (11)$$

A função objetivo (2) possui 3 termos: O primeiro refere-se ao custo total de instalação do arco; o segundo calcula os custos convexos de congestionamento; já o terceiro calcula o custo de transporte das demandas. A restrição (3) garante que não haja mais de um arco incidindo em cada nó. A restrição (4) satisfaz a restrição de conservação de fluxo e o *link* da restrição da expansão da capacidade.

As restrições (5)-(7) garantem o balanceamento de fluxo entre a origem *s* e destino. A restrição (8) garante que o fluxo passe no arco (i,j) apenas se o mesmo estiver instalado. As restrições (9) e (10) são de não negatividade, respectivamente, para o fluxo global g_{ij} e para o fluxo φ_{ij} que passa pelo arco (i,j) . E, por fim, a restrição (11) obriga a integralidade das variáveis x_{ij} .

3 Resultados Computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados em um ambiente *Linux 64 bits*, e todas as ocorrências sendo feitas em um computador com um processador *Intel(R) Core(TM) i5-7200U CPU* com *2.50GHz* e *8 GB de memória RAM*. Os códigos foram implementados em *Concert/Cplex* utilizando o solucionador de problemas de grande escala distribuído pela *IBM, CPLEX 12.4*. Para essas formulações utiliza-se um conjunto de instâncias disponíveis na biblioteca *online QAPLIB⁴ (Quadratic Assignment Problem Library)*.

As instâncias utilizadas para a realização dos testes são quadráticas, positivas e foram extraídas do trabalho de Nugent, Vollmann e Ruml (1968). Estas possuem quantidade de nós, variando entre 12 a 25 nós. Para representar cada instância temos: $|V|$ que representa a quantidade total de nós que a rede possui. Já $|A|$ representa a quantidade total de arestas possíveis na rede, sendo calculada por $|A| = |V|^2 - |V|$. Para representar cada instância, \vec{d} é o vetor responsável por representar quantos nós da rede possuem demanda.

⁴ <http://www.seas.upenn.edu/qaplib/inst.html>.

O congestionamento é representado por τ , e, possui variância de acordo com os seguintes valores $[0, 2.5, 20] \times 10^{-4}$. Por fim, a capacidade estendida nos *links* é representada por ζ e possui os seguintes valores $[0, 2.5, 5]$. Foram realizados testes com valores diversos para a capacidade estendida, contudo, foram escolhidos os valores que demonstraram a realização de mudanças físicas nas redes geradas pelo algoritmo, fato que justifica a escolha desses valores.

Os resultados obtidos por meio da realização dos testes podem ser vistos na Tabela 2 a seguir. As colunas representam o congestionamento, capacidade, instância, função objetivo e tempo gasto, respectivamente.

Tabela 2

Testes computacionais realizados no CPLEX em relação ao congestionamento, capacidade estendida e tempo gasto para solução

τ $\times 10^{-4}$	ζ (Capac.)	Instância $ V - A - d$	Função Objetivo	Tempo (s)	Instância $ V - A - d$	Função Objetivo	Tempo (s)
0	0		2295.0000	0.02		4185.0000	0.04
	2.5		2332.5000	0.02		4245.0000	0.06
	5		2370.0000	0.01		4305.0000	0.01
2.5	0		2296.6680	0.07		4189.0135	0.47
	2.5	12-132-10	2334.1397	0.07	18-306-16	4248.9617	0.24
	5		2371.6117	0.05		4308.9105	0.12
20	0		2304.9001	0.17		4203.1641	5.67
	2.5		2345.6175	0.11		4272.5260	8.58
	5		2382.8932	0.10		4335.9085	2.03
0	0		2979.0000	0.01		5388.0000	0.04
	2.5		3024.0000	0.03		5455.5000	0.05
	5		3069.0000	0.02		5523.0000	0.03
2.5	0		2981.4885	0.11		5393.6760	1.68
	2.5	14-182-12	3026.4517	0.15	20-380-18	5461.1567	0.56
	5		3071.4152	0.08		5528.5906	0.28
20	0		2991.7231	0.38		5411.1147	216.43
	2.5		3042.9643	0.41		5491.4987	59.60
	5		3088.3217	0.19		5564.4419	26.04
0	0		3220.5000	0.02		9489.0000	0.04
	2.5		3269.2500	0.02		9564.0000	0.05
	5		3318.0000	0.02		9639.0000	0.02
2.5	0		3223.2845	0.19		9501.0271	6.15
	2.5	15-210-13	3271.9947	0.12	22-462-20	9580.2171	0.64
	5		3320.7053	0.09		9655.0998	0.22
20	0		3234.3494	0.86		9526.6276	1062.86
	2.5		3290.0676	1.29		9631.5352	335.86
	5		3339.6422	0.36		9722.4885	52.57

	0		3683.5000	0.02		6903.0000	0.05
0	2.5		3739.7500	0.08		6958.0000	0.03
	5		3796.0000	0.02		7013.0000	0.04
	0		3683.5000	0.18		6909.7495	17.12
2.5	2.5	17-289-15	3743.0599	0.20	25-600-23	6966.1374	2.08
	5		3799.2649	0.10		7021.0525	1.01
	0		3699.5309	1.72		6927.7392	7200.00
20	2.5		3763.2859	3.80		6998.7383	3720.65
	5		3822.1191	1.79		7061.9650	354.49

Fonte: Autor.

Percebe-se ao analisar a Tabela 2 que quando a quantidade de nós da instância testada aumenta, os problemas gastam mais tempo para serem solucionados, assim como o resultado da função objetivo (2) aumenta de valor. Além disso, o aumento do congestionamento τ , assim como a capacidade estendida ζ estendida nos *links* da rede, aumentam também, o tempo gasto para solução dos problemas e o valor da função objetivo (2).

Com o aumento do congestionamento e da capacidade, aumenta-se também o resultado da função objetivo, o que ocorre devido ao fato de que o problema de projeto de redes torna-se mais difícil de se resolver. Assim, fica mais caro resolver o problema de congestionamento, uma vez que para tratá-lo, é necessário melhorar a infraestrutura da rede. Outro aspecto importante é que o *gap* de otimalidade teve valor zero para todos os testes, dessa forma, o limite inferior (*Lower bound*) e limite superior (*Upper bound*) chegaram ao mesmo resultado da função objetivo.

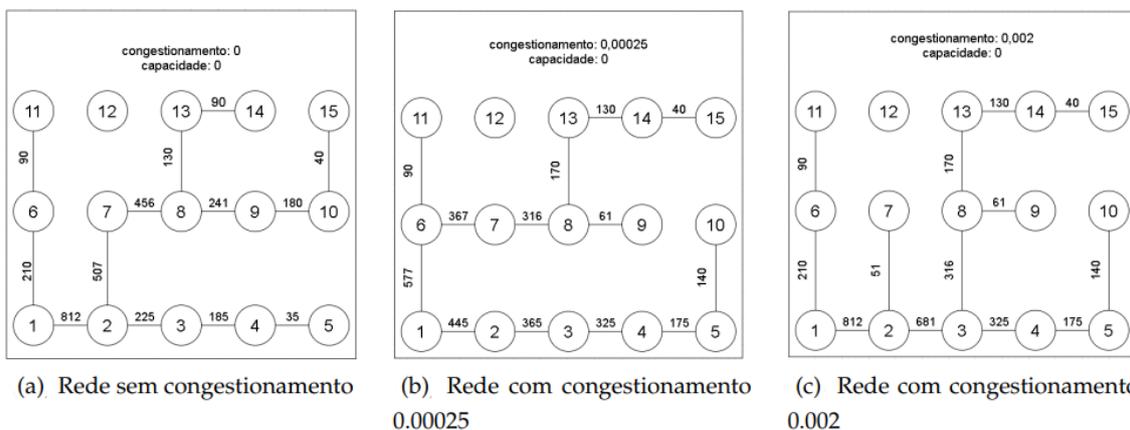
4 Discussão dos Resultados

As redes ótimas geradas, que são a melhor solução encontrada pelo algoritmo proposto, sofreram mudanças nos *links* que conectam os nós da instância com o aumento de τ e, também, com o aumento da capacidade estendida ζ . Optou-se pela instância de 15 nós para demonstrar as mudanças ocasionadas, tanto pelo congestionamento, quanto pela capacidade estendida, nas redes ótimas geradas.

Primeiramente, será mostrado como o aumento do congestionamento τ influenciou na configuração da rede ótima. A Figura 1 demonstra a diferença nas redes geradas quando há e quando não há congestionamento.

Figura 1

Diferença entre as redes geradas, devido à mudança no valor do congestionamento da rede, utilizando a instância de 15 nós



Fonte: Autor.

Na Figura 1, os números 1-15 representam os nós da rede. Além disso, o valor contido em cada aresta representa a quantidade de *commodities* (recursos ou mercadorias), que está sendo enviada de um nó para outro. Percebe-se, pelas imagens 1(a), 1(b) e 1(c), que houve mudanças nas redes ótimas geradas. A rede que está sendo representada pela imagem 1(a) não há congestionamento, enquanto que as redes representadas pelas imagens 1(b) e 1(c) há congestionamento.

A imagem 1(a) demonstra como foram realizadas as ligações entre os nós, na rede ótima gerada pelo algoritmo, quando não há congestionamento e expansão de capacidade na instância utilizada. Pela análise das imagens 1(b) e 1(c), percebe-se que o aumento do congestionamento fez com que o algoritmo realizasse novas instalações na rede ótima gerada, demonstrando que o algoritmo está propenso a mudanças para melhorar a solução, a fim de obter uma solução ótima.

A diferença ocasionada pelo congestionamento pode ser vista identificando que houve remoção dos arcos (2,7), (9,10) e (10,15) que estavam presentes na imagem 1(a), mas, não se encontram na imagem 1(b), percebe-se ainda que na imagem 1(b) foram instalados os *links* (6,7), (5,10) e (14,15). Já na imagem 1(c) foram instalados novos *links*, sendo eles, (3,8), (5,10) e (14,15). Ou seja, quando a rede está congestionada, o algoritmo encontrou *links* melhores para enviar as *commodities*, assim, a quantidade enviada também foi modificada.

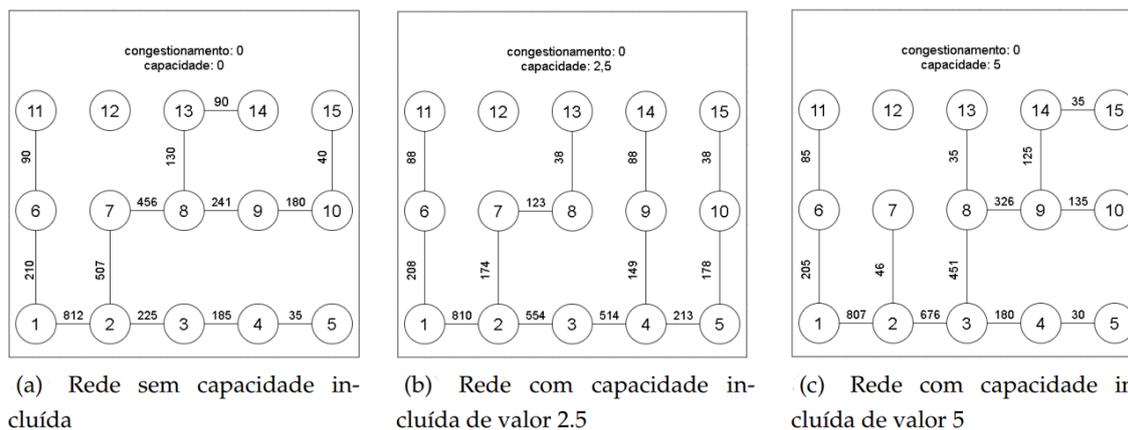
Comparando as imagens 1(b) e 1(c), é possível identificar que houve mudanças nas instalações dos *links* na rede ótima gerada. A instalação dos novos *links* ocorreu justamente por causa do aumento do congestionamento, dessa forma, o algoritmo demonstrou que foi necessário realizar novas instalações na rede ótima gerada para chegar à solução ótima.

Além das mudanças nas redes causadas pelo congestionamento, tem-se também as mudanças causadas pela capacidade estendida nos *links*. Nesse caso, são analisadas primeiramente as redes onde não há congestionamento, posteriormente, são analisadas as mudanças ocorridas, com aumento de

congestionamento e com a capacidade estendida. A Figura 2 apresenta a diferença nas redes geradas quando há e quando não há expansão de capacidade nos *links*. Ressalta-se que na Figura 2, não há congestionamento nas redes.

Figura 2

Diferença entre as redes geradas, devido à capacidade estendida nos links da rede, utilizando a instância de 15 nós



Fonte: Autor.

Pela Figura 2 é possível visualizar que houve mudanças nas redes ótimas geradas pelo algoritmo, causadas devido a capacidade estendida. Percebe-se que há diferenças nas redes apresentadas nas imagens 2(a), 2(b) e 2(c). A diferença física gerada pela capacidade estendida pode ser vista, ao comparar primeiramente as imagens 2(a) e 2(b), identificando que houve remoção dos arcos (8,9), (9,10) e (13,14) presentes na imagem 2(a), mas não estão presentes na imagem 2(b). Já na imagem 2(b) visualiza-se que foram instalados novos *links*, sendo eles, (4,9), (5,10) e (9,14).

Comparando agora as imagens 2(a) e 2(c), verifica-se que houve remoção dos arcos (7,8), (13,14) e (10,15), presentes na imagem 2(a), mas não estão presentes na imagem 2(c). Já na imagem 2(c) visualiza-se que foram instalados novos *links*, sendo eles, (3,8), (9,14) e (14,15).

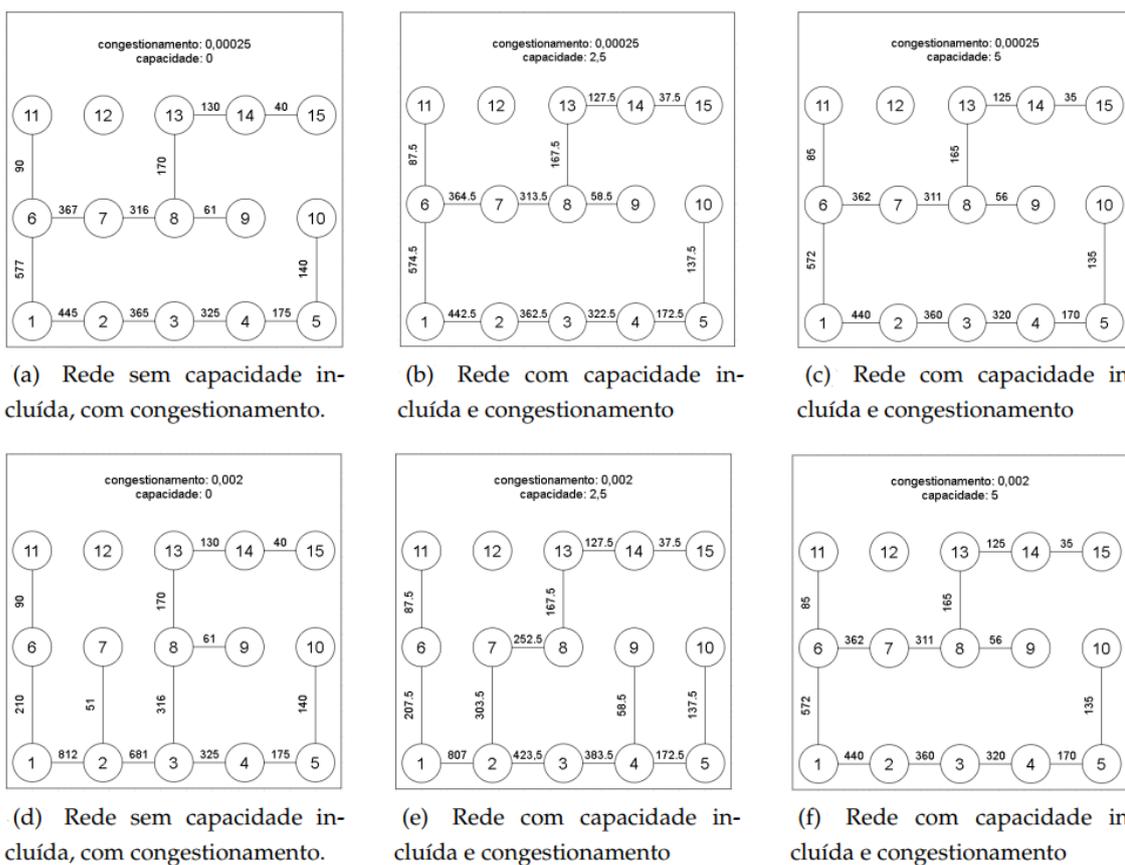
Além das instalações de novos *links*, a quantidade de recurso enviado também mudou, conforme pode se verificar na Figura 2, por causa da mudança física na rede. A mudança na estrutura da rede ocorreu, justamente, por causa do aumento da capacidade estendida nos *links*, dessa forma, o algoritmo gerou três redes ótimas diferentes, mostradas na Figura 2.

Comparando as Figuras 1 e 2, percebe-se que tanto a capacidade estendida, quanto o congestionamento, mudaram a estrutura física da rede, contudo, as mudanças impostas por cada uma das figuras são diferentes. Em seguida, analisa-se se há ou não mudanças nas redes ótimas geradas, quando há congestionamento e também, capacidade estendida nos *links* da rede, conforme se verifica na Figura 3.

Nota-se que o algoritmo gerou diversas mudanças de acordo com o aumento da capacidade e do congestionamento. As mudanças demonstradas anteriormente ao aumentar o congestionamento, ou, realizar a expansão de capacidade, ocorreram para garantir que sejam geradas as redes ótimas e garantir uma boa qualidade de serviço.

Figura 3

Diferença entre as redes geradas, devido à capacidade estendida nos links e o congestionamento, presentes na rede, utilizando a instância de 15 nós



Fonte: Autor.

Observando as imagens 3(a) e 3(d), percebe-se que houve diferenças nas instalações dos nós, diferença essa que ocorre também nas imagens 3(b) e 3(e), já para as imagens 3(c) e 3(f) não houve alterações, tendo essas ficado iguais.

Analisando a Figura 3, e, comparando primeiramente as imagens 3(a) e 3(d), verifica-se que o aumento de congestionamento, nesse caso, ocasionou mudanças nas instalações dos nós na rede ótima gerada. Percebe-se que os arcos (6,7) e (7,8), presentes na imagem 3(a), foram removidos, e, instalados novos links na imagem 3(d), sendo eles (2,7) e (3,8).

Comparando agora as imagens 3(b) e 3(e), nota-se que há congestionamento presente nas redes, além, da capacidade estendida. Dessa forma, é possível afirmar que tanto o congestionamento,



quanto a capacidade estendida, ocasionaram mudanças na rede ótima gerada. As mudanças podem ser vistas ao verificar que os arcos $(6,7)$ e $(8,9)$, presentes na imagem 3(b) foram removidos, e, instalados novos *links*, sendo eles $(2,7)$ e $(4,9)$, na imagem 3(e).

Finalmente, comparando as imagens 3(c) e 3(f), nota-se que essas são idênticas. Essa semelhança se dá, justamente, pelo fato de que o aumento de congestionamento não foi grande o suficiente para o algoritmo realizar alguma mudança na rede ótima gerada.

O algoritmo mostrou, por meio das soluções apresentadas e discutidas sobre as Figuras 1, 2 e 3, que o aumento no congestionamento e a extensão da capacidade nos *links* das redes interferem na configuração física dessas redes. Contudo, há casos em que a mudança na infraestrutura da rede aumentaria ainda mais o custo, ou seja, o valor da função objetivo. Quando este caso ocorre, o algoritmo demonstrou que a rede não deveria mudar suas conexões, como nas imagens 3(a), 3(b) e 3(c) que ficaram com a mesma configuração apesar de ter sido aumentada a capacidade de seus *links*.

5 Conclusão

Conforme fora discutido anteriormente, o problema de projeto de redes está presente em diversos problemas na sociedade, o que o torna um assunto interessante a ser estudado. Contudo, as redes nem sempre possuem boa qualidade de serviço, devido a alguns problemas presentes, como o congestionamento, má infraestrutura e inclusive fatores climáticos. Justamente devido à alta aplicabilidade das redes na sociedade e a baixa qualidade de seu serviço, surge a principal motivação deste trabalho, sendo a otimização dessas redes e a melhora da sua qualidade de serviço.

Para tratar o problema de congestionamento presente nas redes, foram abordadas duas soluções, sendo elas, a instalação de novos *links* e a expansão de capacidade dos *links*. Primeiramente foi desenvolvida toda a formulação matemática, conforme se verifica na Seção 2, e, em seguida o algoritmo, utilizando a linguagem *Concert/CPLEX* com auxílio do solucionador de problemas *CPLEX 12.4*. Foram utilizadas para testes as instâncias presentes no trabalho de Nugent et al.(1968), e, escolhida a instância de 15 nós para representar visualmente os resultados.

Por meio das análises e dos resultados obtidos, apresentados na Seção 4, pode-se destacar que os objetivos deste trabalho foram atingidos. Isso pode ser observado, uma vez que o algoritmo desenvolvido resolveu o problema de projeto de redes considerando o congestionamento e a expansão de capacidade desta, realizando sempre que necessário a instalação de novos *links*, garantindo assim a melhor qualidade de serviço nessas redes.

Conforme destacado na Seção 4, nem sempre novos *links* são instalados na rede, como se verifica nas imagens 3(a), 3(b) e 3(c), onde o algoritmo determinou que não seria viável a instalação de novos *links* na rede. Este fato ocorre, visto que a instalação destes *links* elevaria o valor da função

objetivo, tornando a solução mais cara, o que não é o objetivo do trabalho em questão. Verificou-se ainda que, houve casos, como por exemplo nas Figuras 1 e 2, que novos *links* foram instalados conforme o aumento do congestionamento, e, da capacidade. Dessa maneira, foi demonstrado que o algoritmo foi capaz, assim como proposto, de realizar mudanças na infraestrutura da rede quando necessário.

Conforme supracitado, as instâncias utilizadas neste trabalho são consideradas de alta complexidade para o trabalho abordado. No entanto, seria interessante aplicar o algoritmo desenvolvido em instâncias com dados de problemas reais. Dessa forma, como trabalho futuro, sugere-se a realização de algum estudo de caso, além de planejar uma rede, de acordo com um problema real abordado, como por exemplo o planejamento de uma rede de telecomunicação de um estado.

Agradecimentos

À Universidade do Estado de Minas Gerais; e ao Programa Institucional de Apoio à Pesquisa da UEMG – PAPq.

Referências

- Atamturk, A., & Gunluk, O. (2017). On Capacity Models for Network Design. *arXiv preprint arXiv:1711.10147*. doi:<https://doi.org/10.1287/trsc.18.1.1>
- Baskan, O. (2014). Harmony search algorithm for continuous network design problem with link capacity expansions. *KSCIE Journal of Civil Engineering*, *18*(1), 273-283. doi:<https://doi.org/10.1007/s12205-013-0122-6>
- Belieres, S., Hewitt, M., & Jozefowicz, N. &. (2021). Meta partial benders decomposition for the logistics service network design problem. *European Journal of Operational Research*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.07.056>
- Bharath-Kumar, K., & Jaffe, J. (1983). Routing to multiple destinations in computer networks. *IEEE Transactions on communications*, *31*(3), pp. 343-351. doi:10.1109/TCOM.1983.1095818
- Conceição, L., & Correia, G. H. (2020). The reversible lane network design problem (RL-NDP) for smart cities with automated traffic. *Sustainability*, *12*(3), 1226. doi:<https://doi.org/10.3390/su12031226>
- Contreras, I. F. (2009). Tight bounds from a path based formulation for the tree of hub location problem. *Computers & Operations Research*, *36*(12), 3117-3127.
- Contreras, I. F. (2009). Tight bounds from a path based formulation for the tree of hub location problem. *Computers & Operations Research*, *36*(12), 3117-3127.
- Contreras, I., Fernández, E., & Marín, A. (2009). Tight bounds from a path based formulation for the tree of hub location problem. *Computers & Operations Research*, *36*(12), 3117-3127. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.12.009>



- Contreras, I., Fernández, E., & Marín, A. (2010). The tree of hubs location problem. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 390-400. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.044>
- Cordeau, J. F., Pasin, F., & Solomon, M. M. (2006). An integrated model for logistics network design. *Annals of operations research*, 144, pp. 59-82. doi:<https://doi.org/10.1007/s10479-006-0001-3>
- Dantzig, G. B. (1962). *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press. doi:<https://doi.org/10.1515/9781400884179>
- Fathollahi-Fard, A. M., Hajiaghahi-Keshteli, M., & Mirjalili, S. (2018). Hybrid optimizers to solve a tri-level programming model for a tire closed-loop supply chain network design problem. *Applied Soft Computing*, 70, 701-722. doi:<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.06.021>
- Fathollahi-Fard, A. M., Hajiaghahi-Keshteli, M., & Tian, G. &. (2020). An adaptive Lagrangian relaxation-based algorithm for a coordinated water supply and wastewater collection network design problem. *Information Sciences*, 512, 1335-1359. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.10.062>
- Fontaine, P., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Minner, S. (2020). Population-based risk equilibration for the multimode hazmat transport network design problem. *European Journal of Operational Research*, 284(1), 188-200. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.12.028>
- Garuba, F., Goerigk, M., & Jacko, P. (2009). Robust network capacity expansion with non-linear costs. doi:10.4230/OASlcs.ATMOS.2019.
- Hatefi, S. M., Moshashae, S. M., & Mahdavi, I. (2019). A bi-objective programming model for reliable supply chain network design under facility disruption. *International Journal of Integrated Engineering*, 11(6), 80-92. doi:<https://doi.org/10.30880/ijie.2019.11.06.009>
- Hellsten, E. O., & Sacramento, D. &. (2021). A Branch-And-Price Algorithm for Solving The Single-Hub Feeder Network Design Problem. *European Journal of Operational Research*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.08.046>
- Janatyan, N., Zandieh, M., & Alem-Tabriz, A. &. (2021). A robust optimization model for sustainable pharmaceutical distribution network design: a case study. *Annals of Operations Research*, 1-20. doi:<https://doi.org/10.1007/s10479-020-03900-5>
- Koza, D. F., & Desaulniers, G. &. (2020). Integrated liner shipping network design and scheduling. *Transportation Science*, 54(2), pp. 512-533. doi:<https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0888>
- Leblanc, L. J. (1975). An algorithm for the discrete network design problem. *Transportation Science*, 9(3), 183-199. doi:<https://doi.org/10.1287/trsc.9.3.183>
- Liang, Y., Lu, M., & Shen, Z. J. (2021). Data Center Network Design for Internet-Related Services and Cloud Computing. *Production and Operations Management*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.08.046>
- Nagurney, A. (2002). network Economics: an introduction. *Isenberg School of Management, University of Massachusetts*.
- Nagurney, A., & Qiang, Q. (2007). A network efficiency measure for congested networks. *EPL (Europhysics Letters)*, 79(3), 38005.

- Nikoo, N., Babaei, M., & Mohaymany, A. S. (2018). Emergency transportation network design problem: Identification and evaluation of disaster response routes. *International journal of disaster risk reduction*, 27, 7-20. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijdr.2017.07.003>
- Nugent, C. E., Vollmann, T. E., & Ruml, J. (1968). An experimental comparison of techniques for the assignment of facilities to locations. *Operations research*, 16(1), 150-173. doi:<https://doi.org/10.1287/opre.16.1.150>
- Ordóñez, F., & Zhao, J. (2007). Robust capacity expansion of network flows. *Networks: An International Journal*, 50(2), 136-145. doi:doi.org/10.1002/net.20183
- Ouorou, A., Luna, H. P., & Mahey, P. (2001). Multicommodity network expansion under elastic demands. *Optimization and Engineering*, 2(3), 277-292. doi:<https://doi.org/10.1023/A:1015314432240>
- Ramírez-Rosado, I. J., & Domínguez-Navarro, J. A. (2006). *New multiobjective tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems*. (Vol. 21(1)). IEEE Transactions on Power systems. doi:10.1109/TPWRS.2005.860946
- ramírez-Rosado, I. J.-N. (2006). *New multiobjective tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems*. (Vol. 21(1)). IEEE Transactions on Power systems.
- Randazzo, C. D., & Luna, H. P. (2001). A comparison of optimal methods for local access uncapacitated network design. *Annals of Operations Research*, 106(1), 263-286. doi:<https://doi.org/10.1023/A:1014569927266>
- Santos, K. D., de Miranda Júnior, G., & de Camargo, R. S. (2016). APROXIMAÇÃO EXTERNA/DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS PARA PROJETO DE REDES SOB CONGESTIONAMENTO VIA λ -ÓTIMO. doi:10.5151/marine-spolm2015-140578
- Schumacher, K. M., Li-Yang Chen, R., Cohn, A. E., & Castaing, J. (2016). Algorithm to solve a chance-constrained network capacity design problem with stochastic demands and finite support. *Naval Research Logistics (NRL)*, 63(3), 236-246. doi:<https://doi.org/10.1002/nav.21685>
- Yang, H., & Bell, M. G. (1998). A capacity paradox in network design and how to avoid it. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 32(7), 539-545. doi:[https://doi.org/10.1016/S0965-8564\(98\)00017-2](https://doi.org/10.1016/S0965-8564(98)00017-2)
- Yildiz, H., Yoon, J., Talluri, S., & Ho, W. (2016). Reliable supply chain network design. *Decision Sciences*, 47(4), 661-698. doi:<https://doi.org/10.1111/deci.12160>
- Yu, H., Sun, X., Solvang, W. D., & Laporte, G. &. (2020). A stochastic network design problem for hazardous waste management. *Journal of cleaner production*, 277,123566. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123566>