recebido em: 16 abr. 2004 – aprovado em: 3 maio 2004

Geometria dinâmica e reconstrução do pensamento geométrico grego na sala de aula

Leda Maria Bastoni Talavera
Especialista em Educação Matemática – Faculdades Oswaldo Cruz;
Professora de Informática Aplicada no curso de Matemática,
de Cálculo e Lógica Computacional no curso de Ciência da Computação – Uninove;
Capacitadora do Projeto Teia do Saber – Uninove.
ledambt@ig.com.br

Resumo

Nas aulas de matemática, o uso de *softwares* de geometria dinâmica pelos alunos, embasado em princípios históricos e filosóficos, pode resgatar um pensamento geométrico que, segundo os gregos, levaria ao mundo do conhecimento. Esse caminho histórico, exemplificado com construções feitas por Apolônio e Arquimedes usando os recursos de geometria dinâmica (GA) do *software* Cabri Géomètre II, será objeto de estudo deste trabalho para verificar as hipóteses levantadas, o que nos permitirá comprovar, em tempo real, a definição de parábola por meio de áre as construídas por Apolônio e a prova de Arquimedes da soma das áreas dos triângulos obtidos de um segmento de parábola delimitado por um arco parabólico.

Palavras-chave

Geometria dinâmica. Pensamento geométrico grego.
Software Cabri Géomètre II.

Talavera, Leda Maria Bastoni. Geometria dinâmica e reconstrução do pensamento geométrico grego na sala de aula. *Exacta*. v. 2, p. 117-132. São Paulo: Uninove, nov. 2004.

Dynamic geometry and the rebuilding of the Greek geometric thought in the classroom

Abstract

The use of dynamic geometry softwares by the students in the Mathematics classes, based in historical and philosophical principles, can bring back a geometric thought that, according to the Greeks, would lead to the world of knowledge. This historical path, exemplified with some constructions made by Apollonius and Archimedes using the means of dynamic geometry with Cabri Géomètre II, will be the point of this study to verify the proposed hypotheses. Thus we are going to prove in real time the definition of parabola through the areas made by Apollonius and the Archimedes' prove of the sum of the triangles areas obtained from a parabola segment limited by a parabolic arc.

Key words

Dynamic geometry. Greek geometric thought. Software Cabri Géomètre II.

Introdução

O uso de *softwares* de geometria dinâmica (GA) nas aulas de matemática carece de uma fundamentação epistemológica mais clara. Não é suficiente argumentar tecnicamente sobre as vantagens ou desvantagens do uso de computadores na escola. Pretendemos encontrar, no estudo histórico, argumentos para mostrar que o uso desse *software* é um fator decisivo à construção, pelos alunos, de um pensamento geométrico que remonta aos tempos em que a cultura grega fazia da geometria condição necessária para entrar no mundo do conhecimento.

Para isso, o presente trabalho se debruçará sobre um estudo abrangendo a passagem do pensamento mítico ao pensamento filosófico-científico grego, como fundamentação para o entendimento do uso das tecnologias desde Aristóteles, passando pelo modernismo (Locke e Bacon), até chegar aos nossos dias com aplicação de *softwares* de geometria dinâmica.

Nossa hipótese é que este estudo pode fornecer elementos para conceber que o uso das tecnologias nas aulas de geometria, especificamente o *software* de geometria dinâmica, assinala um valor maior do pensamento geométrico, que só teve similar na Grécia antiga. Para os gregos, carentes de uma álgebra que permitisse a visão analítica da geometria, esta se sustentava em si mesma – é isso que os *softwares* de geometria dinâmica podem trazer de volta. A geometria dinâmica – compasso eletrônico – oferece condições de construir, testar, validar hipóteses, ou até mesmo anular as primeiras conjecturas em detrimento de outras, por conta dos movimentos que se pode fazer da figura construída na tela do computador. Da mesma forma que se constrói uma figura geométrica com compasso e régua, pode-se construí-la com o compasso eletrônico, com muitas vantagens como a de testar suas propriedades inúmeras vezes em tempo real.

Neste percurso, recorreremos à história das cônicas, enfocando os três grandes geômetras clássicos: Euclides, Apolônio e Arquimedes, os dois últimos escolhidos para mostrar suas definições nas construções geométricas da parábola, utilizando-se nessas construções a terminologia e a simbologia modernas. Será especificada a construção feita por Arquimedes no segmento de parábola delimitado por um arco parabólico e um segmento retilíneo e a definição da parábola feita por Apolônio, propostas estas que relacionam tecnologia com a história da matemática.

Foi escolhido o *software* de geometria dinâmica Cabri Géomètre II programa que estimula e dinamiza o estudo da geometria, por constituir ferramenta que interage com o estudante, que constrói e investiga as propriedades geométricas, estabelecendo conjecturas em tempo real. Isso nos permite afirmar que, numa construção geométrica feita com *softwares* de geometria dinâmica, é possível comprovar, validar ou não as hipóteses, testando-as tantas vezes quanto se queira, enquanto na geometria estática – régua e compasso – tem-se numa construção apenas um teste.

Entendemos, com isso, que o nível de raciocínio dos alunos que se utilizam dessas estratégias pode aproximar-se de um objetivo maior do ensino de geometria, que é fazer com que eles desenvolvam habilidades de visualização, percepção espacial, análise, argumentação lógica e criatividade na resolução de problemas da área da matemática, da física, das artes ou mesmo de outras áreas do conhecimento humano.

1. Do pensamento mítico ao filosófico-científico grego: breve abordagem histórica

O conhecimento científico, de cuja tradição somos herdeiros, surge na Grécia, por volta do século VI a.C. O primeiro filósofo, segundo os historiadores, foi Tales de Mileto (c. 624-548 a.C.) que, ao lado de seus discípulos, inaugurou um tipo de pensamento denominado filosófico-científico. Na mesma época, outros povos como assírios e babilônios, chineses e indianos, persas e hebreus tiveram suas próprias visões da natureza e maneiras diferentes de explicar os fenômenos e processos naturais. Apenas os gregos se aproximaram do que chamamos ciência, dando origem a esse pensamento caracterizado como uma forma específica de o homem entender o mundo que o cerca.

O advento da filosofia na Grécia marca o declínio do pensamento mítico, que consiste em um discurso figurado por meio do qual o povo explica aspectos essenciais da realidade em que vive – suas origens históricas, valores básicos e o funcionamento da natureza, por exemplo. Prescindindo de fundamentação objetiva, esse tipo de pensamento recorre ao mistério e ao sobrenatural, para compreender a realidade. Segundo Marcondes (1997, p. 20): “O mito não se justifica, não se fundamenta, portanto, nem se presta ao questionamento, à crítica ou à correção.”

Justamente a necessidade de questionamento levou os gregos a dar origem a um outro tipo de pensamento, o filosófico-científico, com a relativização do mito e das práticas religiosas. Seu surgimento se deu nas colônias gregas da Jônia, região de portos, hoje península da Anatólia, na Turquia, em razão da afluência de outras culturas possibilitada pelos contatos comerciais. O caráter global absoluto da explicação mítica ter-se-ia enfraquecido no confronto entre os diferentes mitos e tradições, por ter cada povo sua forma de ver o mundo, tradições e valores. Essa é a explicação histórica que permite esclarecer, do ponto de vista histórico e sociológico, e mesmo geográfico e econômico, o tipo de pensamento inaugurado por Tales.

A característica central da explicação da natureza pelos princípios filosóficos é a noção de causalidade, interpretada em termos puramente naturais, justificando sempre uma coisa por outra, buscando uma causa anterior, mais básica, até o infinito. Cada fenômeno poderia ser tomado como efeito de uma nova causa que, por sua vez, seria efeito de uma causa anterior. Para evitar esse encadeamento interminável, surge a necessidade de estabelecer uma primeira causa, um princípio que sirva de ponto de partida para todo o processo racional. É aí que encontramos a noção de *arqué* (*apxnh*), que significa elemento primordial.

O primeiro a formular essa noção é Tales de Mileto, que afirma ser a água (*hydor*) o elemento primordial. É possível que tenha escolhido a água por ser o único elemento encontrado na natureza nos três estados – sólido, gasoso e líquido; talvez tenha recebido influência dos antigos mitos do Egito e da Mesopotâmia, que se desenvolveram em deltas de rios, tendo a água como fonte de vida. A grande inovação formulada por Tales não está na conceituação da água como *arqué*, mas na própria idéia de elemento primordial. Seus discípulos Anaxímenes (c. 585-528 a.C.) e Anaximandro (c. 610-547 a.C.) discordaram e adotaram, respectivamente, o ar e o *apeíron* (princípio abstrato significando algo de ilimitado, indefinido, subjacente à própria natureza). A importância da noção de *arqué* está na tentativa de apresentar uma explicação da realidade em um sentido mais profundo, estabelecendo um princípio básico que permeie toda a realidade e possa, de certa forma, unificá-la. Tal princípio daria o caráter geral a esse tipo de explicação, permitindo considerá-la como inauguradora da ciência tal como a concebemos.

O termo *logos*, em grego, significa, literalmente, discurso que difere fundamentalmente do *mythos* que, por sua vez, é uma narrativa de caráter poético que recorre aos deuses, enquanto *logos* é uma explicação em que as razões são dadas. Marilena Chauí (2002, p. 28) afirma que:

> Com relação ao pensamento diante da herança recebida, os gregos inventaram a idéia ocidental da razão como um pensamento sistemático que segue regras, normas e leis de valor universal.

Por isso, *logos* e *ratio* (ou razão) significam pensar e falar ordenadamente, com clareza e de modo compreensível.

A escola jônica caracterizou-se pelo interesse pela *physis*, pelas teorias sobre a natureza, tendo Tales, Anaximandro e Anaximenes como os criadores da Escola de Mileto, contraposta à escola italiana que se baseava numa visão de mundo mais abstrata, menos voltada para uma explicação naturalista da realidade. Faziam parte dessa escola Pitágoras de Samos (fl. c. 530 a.C.) e Alcmeon de Crotona (fl. início do século V a.C.), chamados de pré-socráticos.

2. Geometria demonstrativa

Em relação à matemática, especificamente à geometria, os gregos insistiam em que os fatos geométricos deveriam ser estabelecidos não por procedimentos empíricos, mas por raciocínios dedutivos. Nossa principal fonte de informações referente à geometria grega primitiva é o chamado *Sumário eudemiano de Proclus*, breve esboço de seu desenvolvimento desde os tempos primitivos até Euclides, segundo o qual a geometria grega teria começado essencialmente com o trabalho de Tales de Mileto, na primeira metade do século VI a.C. Assim, ele poderia ser considerado fundador da geometria demonstrativa.

Tales obteve alguns resultados geométricos muito interessantes, cujo valor deve ser medido pelos raciocínios lógicos e não pela intuição e experimentação. Pela primeira vez na história um filósofo que privilegiava a geometria se comprometeu com uma forma de raciocínio dedutivo.

Os gregos desenvolveram a noção de discurso lógico como uma seqüência de afirmações obtidas por raciocínio dedutivo, sendo esse raciocínio um movimento de pensamento e de linguagem que parte de certas afirmações verdadeiras para chegar a outras também verdadeiras e que dependem necessariamente das primeiras. Foi Aristóteles que elaborou uma teoria do raciocínio como inferência: inferir é tirar uma proposição como conclusão de uma outra ou de várias outras proposições que a antecedem e são suas explicações ou causas. Portanto, "O pensamento de Aristóteles desenvolveu-se, sobretudo, a partir de uma crítica tanto à filosofia dos pré-socráticos quanto à filosofia platônica [...]" (Marcondes, 1997, p. 69). Isso fica evidente e exemplificado em:

A é verdade de B
B é verdade de C
Logo, A é verdade de C

Esse tipo de raciocínio é chamado de silogismo, no qual temos três proposições que permitem chegar a uma conclusão.

3. Compasso x técnica

São três os geômetras gregos que mais se destacaram na Antiguidade. O primeiro foi Euclides (c. 300 a.C.), autor do texto de matemática mais bem-sucedido de todos os tempos: *Os elementos* (*stoichia*), divididos em 13 livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três seguintes tratam da teoria dos números, o décimo (Livro X) dos incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço. O interessante é que Euclides compilou, em sua obra, os conhecimentos matemáticos até então conhecidos, com certa preocupação didática. Machado (1998, p. 138) informa que "[...] a estruturação da geometria operada por Euclides pode ser representada esquematicamente através do seguinte diagrama [...]":

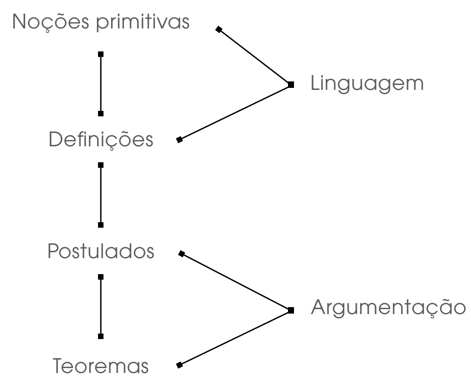

Diagrama 1 – A estruturação da geometria operada por Euclides.
Fonte: Elaboração própria.

O segundo geômetra foi Apolônio (c. 225 a.C.). Nascido em Perga, no sul da Ásia Menor, quando jovem foi para Alexandria estudar com os sucessores de Euclides e acabou ficando na cidade por muito tempo. Sua fama se deve principalmente a *Secções cônicas*, com cerca de 400 proposições em seus oito livros, sete dos quais se preservaram.

O trabalho de Apolônio diferia do de seus predecessores pelo fato de obter todas as secções a partir de uma superfície cônica reta e dupla (duas folhas), fazendo variar o ângulo segundo o qual o plano cortaria a secção meridiana. Ele provou que o cone não precisa ser reto, podendo ser oblíquo ou escaleno e apresenta todo o seu trabalho sob forma geométrica sem notação algébrica da geometria analítica. Os nomes ελλειψις (*elleipsis*: falta), νπερβολη (*hyperbole*: excesso), παραβολη (*parabole*: comparação), tomados da terminologia pitagórica antiga referente à aplicação de áreas, foram introduzidos por Apolônio. Os elementos geométricos fundamentais em seu trabalho eram o chamado foco da cônica e o seu *latus rectum*, segmento que passa pelo foco, perpendicular ao eixo de simetria, com extremos em pontos da curva. Embora o foco da parábola apareça por implicação em muitos teoremas de Apolônio, não é claro que ele conhecesse o papel hoje difundido da diretriz.

Em todo tratado de Apolônio, não há nenhuma menção à propriedade de foco-diretriz das cônicas, o que é curioso, pois, de acordo com Papus (c. 320), Euclides tinha ciência dessas propriedades. Os gregos antigos não tinham um nome específico para o foco, pois esse termo foi introduzido posteriormente por Johann Kepler (1571-1630).

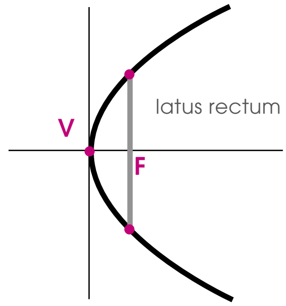

Figura 1 – Parábola.
Fonte: Elaboração própria.

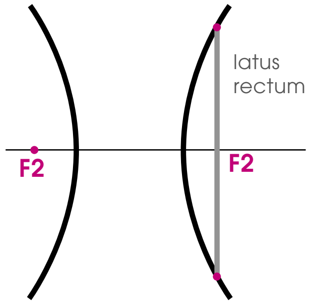

Figura 2 – Hipérbole.
Fonte: Elaboração própria.

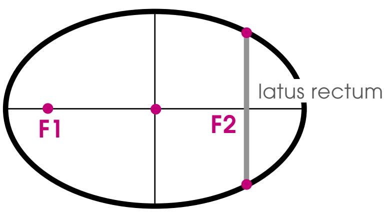

Figura 3 – Elipse.
Fonte: Elaboração própria.

As construções geométricas como as Figuras 1, 2 e 3 eram feitas pelos gregos com o uso de compasso e régua não graduada. Essa era a técnica empregada por eles para construir, por exemplo, uma parábola. Em 1928, um pequeno livro intitulado *Euclides Danicus* foi descoberto em um sebo, na Dinamarca. Esse trabalho, escrito por Georg Mohr e publicado originalmente em 1672, em edições dinamarquesa e holandesa, continha a mesma conclusão básica de que o compasso apenas é equivalente ao compasso e régua.

Em relação à técnica, é da Grécia que vem o conceito de *techné*, que não se limitava à contemplação da realidade, mas interessava-se em resolver problemas práticos ligados a um conjunto de conhecimentos e habilidades profissionais. O conhecimento técnico e o artístico (*ars*) eram o mesmo, ou seja, era o trabalho feito com as mãos, por exemplo a fabricação de engenhos mecânicos, mas também abrangia os ofícios que utilizavam a matemática, caso do comércio. Como a técnica geralmente exige a medida, a matemática servia de importante instrumento. Assim, quanto mais complexa a atividade, mais necessitava da matemática. Na *techné*, como diz Aristóteles (apud Chauí, 2002, p. 331), sabe-se "[...] o porquê das coisas [...]", ou seja, pode-se determinar a causa. É só no nível da técnica que temos a possibilidade de ensinar, já que isso envolve a determinação de regras e de relações causais transmitidas quando ensinamos. O pensador observa inclusive que, sob certos aspectos, aquele que tem o conhecimento estritamente prático pode levar vantagem sobre o que detém conhecimento técnico, como mostra a frase a seguir:

> Desse modo, o homem livre devia visar à própria cultura não para o ofício (*techné*), mas para a educação (*paidéia*), predominando a investigação teórica sobre a aplicação técnica. (Grinspun, 1999, p. 191).

Percebemos que a sociedade grega privilegiava a prática de questões metafísicas a um número restrito de pessoas, enquanto a habilidade manual era destinada à população em geral, formada predominantemente pelos escravos. Na visão grega, a técnica era separada do saber teórico. Se avançarmos na história e chegarmos ao século XVI, início do modernismo, no que se refere ao tratamento dado à técnica e ao saber teórico, o panorama é outro. Primeiramente, os dois se aglutinam, ora a teoria depende da técnica, ora a técnica propicia um avanço na teoria. Para pensadores como Galileu Galilei (1564-1642), Thomas Hobbes (1588-1679), Francis Bacon (1561-1626), Locke (1632-1704) e outros, a ciência e técnica serão pensadas interagindo, sendo a técnica uma espécie de aplicação prática do pensamento científico. O conceito de modernidade está relacionado às idéias de progresso e transformação, ao 'novo', àquilo que rompe com a tradição, nessa direção valorizando o indivíduo. Assim, "Dificilmente encontraríamos hoje domínios da nossa experiência individual e coletiva que escapem à intervenção da técnica [...]" (Rodrigues, 1999, p. 195).

O nosso cotidiano está impregnado do uso das tecnologias, representadas principalmente pela informática e aplicação de *softwares*, sendo herdeiro de uma construção histórica, ao mesmo tempo técnica e ferramenta do raciocínio abstrato.

4. Geometria dinâmica

Os *softwares* de geometria dinâmica unem a técnica ao raciocínio dedutivo, valorizando o pensamento geométrico, permitindo realizar ações independentes. Queremos mostrar que, livre das barreiras analíticas, o visual tende a ser valorizado, o aluno se sente motivado, capaz de formular argumentos informais e, em seguida, utilizar o pensamento dedutivo, pelo fato de estar visualizando o que acontece com as figuras quando as manipula na tela do computador. Neste nível, o aluno pode compreender o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático, ou seja, esses recursos permitem um pensamento mais livre como relata Marcondes (1997, p. 78):

> Todos os homens têm por natureza, desejo de conhecer: uma prova disso é o prazer das sensações, pois fora até de sua utilidade, elas nos agradam por si mesmas e mais que todas as outras, as visuais. Com efeito, não só para agir, mas até quando não nos propomos operar coisa alguma, preferimos por assim dizer a vista aos demais. A razão é que ela é de todos os sentidos, o que melhor nos faz conhecer as coisas e mais diferenças nos descobre.

Explorar o visual é um dos recursos de que a geometria dinâmica dispõe. Veremos a seguir, por meio do simbolismo moderno e com o uso do recurso do *software* de geometria dinâmica Cabri Géomètre II, como Apolônio definia uma cônica através do foco e *latus rectum*.

O Cabri foi desenvolvido por Y. Baulac, Franck Bellemain e J. M. Laborde, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática da Universidade de Grenoble (França), na década de 80. Abdonour (1999, p. 157) afirma que

> o *software* Cabri para a geometria permite-nos pensar alguns problemas nesta área da matemática outrora inoperacionalizáveis sem uma bagagem considerável neste campo, e sem os pré-requisitos tradicionais para sua resolução.

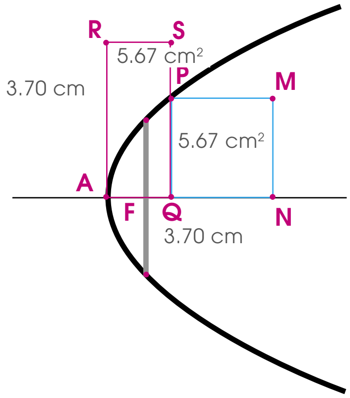

Figura 4 – Parábola de Apolônio.
Fonte: Elaboração própria.

Sejam A o vértice de uma cônica, AN o eixo principal (eixo de simetria), P é um ponto qualquer da curva e Q o pé da perpendicular a SQ. Por A traça-se a perpendicular a AN e, sobre este, marca-se a distância AR igual à medida do latus rectum ou parâmetro. Aplica-se ao segmento AR um retângulo de área $(PQ)^2$, sendo AQ um dos seus lados. Se a aplicação ficar exatamente igual em AR, será uma parábola; se exceder, será uma hipérbole; caso fique aquém, será uma elipse. Na Figura 4, observamos que a medida AR igual a 3,7 centímetros (cm) é a mesma do *latus rectum*, portanto a figura é uma parábola.

O terceiro geômetra grego, considerado o maior matemático da Antiguidade, foi Arquimedes (287-212 a.C.). Estudou por algum tempo em Alexandria com os discípulos de Euclides, viveu e morreu em Siracusa. As *Secções cônicas* eram conhecidas havia mais de um século, quando ele conseguiu resolver a questão de quadrar uma secção cônica, um segmento de parábola, coisa que realizou na *Proposição 17*, obra cujo objetivo era a quadratura. Para explicar o aparecimento de uma série geométrica num trabalho de Arquimedes, consideremos o cálculo que ele faz da área de um segmento de parábola delimitado por um arco parabólico AB e um segmento retilíneo AB.

Com o recurso do Cabri comprovaremos que a soma das áreas dos triângulos obtidos em cada etapa do processo é igual a 1/4 da soma das áreas dos triângulos obtidos na etapa anterior:

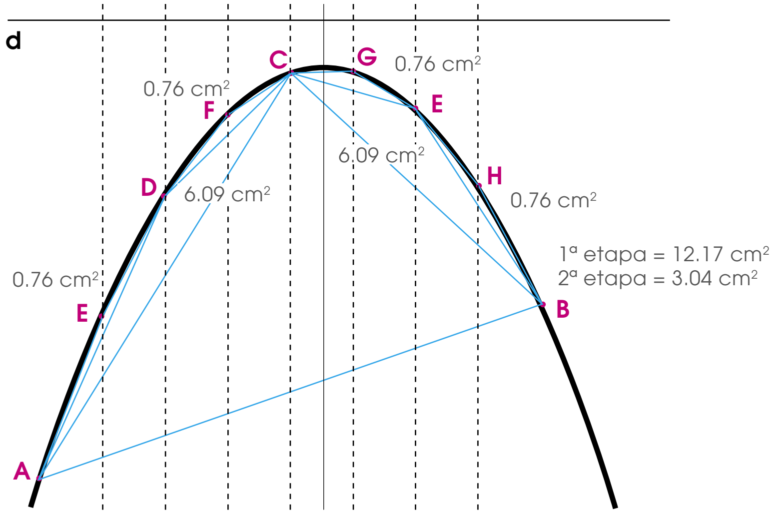

Figura 5 – Parábola de Arquimedes.
Arquimedes e a série infinita.
Arquimedes prova que a soma das áreas dos triângulos obtidos em cada etapa do processo é igual a 1/4 da soma das áreas dos triângulos obtidos na etapa anterior.
Fonte: Elaboração própria.

A soma a_1 das áreas dos dois triângulos ADC e CEB é 1/4 da área S_0 do triângulo original

$$\text{ABC } (a_1 = \frac{S_0}{4});$$

a soma a_2 das áreas dos quatro (2^2) triângulos da etapa seguinte será 1/4 das somas das áreas dos triângulos

$$\text{ADC e CEB } (a_2 = \frac{a_1}{4})$$

e assim por diante. Desse modo, sendo S a área procurada e a_n a soma das áreas dos a^n triângulos da enésima etapa, teremos:

$$S = S_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n =$$

$$(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \ldots) =$$

$$S_0 = \frac{S_0}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4S_0}{3}$$

Isto é, $S = \frac{4S_0}{3}$, a área do segmento de parábola é 4/3 da área do triângulo nele inscrito (Ávila, 1996, p. 9).

Na Figura 5, observamos que, com o auxílio do *software* Cabri II, pode-se comprovar que a soma das áreas dos triângulos ADC e CEB equivale a 12,17 centímetros quadrados (cm^2) (há um arredondamento feito pelo *software* para apenas duas casas decimais) e essa soma é quatro vezes maior que a das áreas dos triângulos AED, DFC, CGE, EHB que é igual a 3,04 cm^2. Conforme movimentamos o *mouse*, no ponto C (Figura 5), as medidas das áreas dos triângulos mudarão para maior ou menor, porém a propriedade geométrica constata que a soma das áreas dos triângulos obtida em cada etapa do processo igual a 1/4 da soma das medidas das áreas dos triângulos da etapa anterior. Somente com o advento dos *softwares* de geometria dinâmica se pôde comprovar, inúmeras vezes e em tempo real, essa propriedade em particular.

Optamos pelo *software* de geometria dinâmica Cabri II, pela familiaridade que temos com ele, mas existem outros que poderiam ser usados para o mesmo fim, tais como Geometricks, GSP, Cinderella, Sketchpad e iGeom. Este último é um projeto brasileiro, iniciado no segundo semestre de 2002, com objetivo de oferecer gratuitamente um programa sofisticado de GD que valorizasse o ensino e a aprendizagem de matemática.

Programa de Geometria Dinâmica – iGeom

Figura 6 – Interface do *software* iGeom.
Fonte: elaboração própria.

O iGeom não é considerado por seu coordenador, o professor Leônidas de Oliveira Brandão, do Departamento de Ciências da Computação do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP), um sistema finalizado, e sim em contínuo desenvolvimento. Configura um projeto que já contou com três estudantes de iniciação científica e, atualmente, um mestrando que desenvolve novos recursos para o iGeom, todos orientados pelo coordenador do projeto.

O estudante, ao entrar em contato com o *software* de geometria dinâmica, encontra duas situações: a primeira refere-se à própria construção, e a segunda, ao domínio do uso dos menus disponibilizados. Muitos *softwares* desse tipo oferecem dispositivos facilitadores para a construção, entre eles cálculo de perímetro, área, equações, desenho de polígonos, polígonos regulares, circunferência, segmentos, edição de medidas e textos, simetria, rotação e translação; acrescente-se que o *software* Cinderella também permite trabalhar com as geometrias esférica e hiperbólica. Isso significa que o estudante não necessariamente precisa construir uma figura, pois elas já estão prontas nos *menus*; cabe ao professor oferecer atividades que o leve a caminhar em um pensamento geométrico com passos e seqüências similares ao uso do compasso, tendo a vantagem de, com o uso do *software*, apagar, esconder ou voltar às construções auxiliares. No iGeom, por exemplo, o professor pode escolher quais recursos gostaria que o estudante visualizasse, principalmente a versão da *internet*.

Portanto, com o uso de *softwares* de geometria dinâmica, o aluno tem a oportunidade de traçar estratégias e programar a construção da figura. Assim,

> [...] a facilidade com que o estudante pode explorar e verificar o que acontece com várias situações análogas é útil para formar ou testar suas convicções, levando-o a formular conjecturas, aguçando sua curiosidade para buscar uma demonstração. (Sant, 1995, p. 37).

Além dos *softwares* comerciais, cujo preço muitas vezes impede a aquisição pela escola, tem-se a opção dos *softwares* livres acompanhados de roteiro de instalação e uso. Com isso, o professor tem oportunidade de conhecê-los e utilizá-los em aula, tornando-a mais dinâmica e fazendo com que seus alunos pensem, investiguem e testem hipóteses, ou seja, construam um pensamento dedutivo e abstrato.

Considerações finais

A geometria que veio depois do movimento da matemática moderna foi reduzida em sua demonstração e importância. Mesmo os parâmetros e referências curriculares nacionais (PCNs) dão uma visão pobre do ensino da geometria. Olhando para trás, temos na história da matemática a visão de filósofos que consideravam a geometria o caminho que levava ao conhecimento. Sobre as portas da Academia de Platão, em Atenas, lia-se: "Que ninguém que ignore a geometria entre aqui." (Boyer, 1999, p. 58).

Com base na fundamentação histórico-filosófica que aqui traçamos, procurou-se mostrar que é possível aos nossos estudantes, usando a tecnologia dos *softwares* de geometria dinâmica, investigar, conjecturar e comprovar propriedades geométricas em tempo real, outrora impossível sem o computador. Isso pode trazer de volta o entusiasmo de estudar geometria, pois, com os recursos oferecidos pelos *softwares* de geometria dinâmica, passamos a ter um laboratório de geometria na sala de aula, cujas experiências podem ser executadas e justificadas na tela do computador. A partir de uma única construção, inúmeros testes podem ser feitos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico, abstrato e dedutivo dos alunos.

As construções de Apolônio e Arquimedes, aqui sugeridas, tiveram como objetivo estabelecer uma proposta didática não comum do estudo da parábola, com o benefício do uso da tecnologia e da história da matemática, e definição da parábola conhecida no tempo dos gregos.

Do professor espera-se que, mesmo não dominando o uso dessas tecnologias, motive-se a usá-las, usufruindo as facilidades do uso desses *softwares* e as sugestões apresentadas em alguns livros didáticos.

Referências

ABDONOUR, Oscar J. *Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados*. Coleção Ensaios Transversais. São Paulo: Escrituras, 1999.

ÁVILA, Geraldo. Ainda séries infinitas. *Revista do Professor de Matemática*. n. 31, p. 6. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996.

BOYER, Carl B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.

CHAUÍ, Marilena. *Convite à filosofia*. São Paulo: Ática, 2002.

GRINSPUN, Miriam P. S. Zippin. *Educação tecnológica: desafios e perspectivas*. São Paulo: Cortez, 1999.

MACHADO, Nilson José. *Matemática língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez, 1998.

MARCONDES, Danilo. *Iniciação à história da filosofia: dos pré-socráticos a Wittgenstein*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997.

RODRIGUES, Adriano Duarte. *Comunicação e cultura: a experiência cultural na era da informação*. São Paulo: Presença, 1999.

SANT, Jean-Marc. O Cabri-Géomètre. *Revista do Professor de Matemática*. n. 29, p. 36. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1995.