

# *Flutter* de painéis: mais um desafio no vôo supersônico

Hélio de Assis Pegado

Membros da Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, da  
American Helicopter Society (AHS) e do American Institute of  
Aeronautics and Astronautics (AIAA);  
Uninove. São Paulo – SP [Brasil]  
helio.pegado@yahoo.com.br

Nesta pesquisa, estuda-se a instabilidade aeroelástica de painéis no regime supersônico com não-linearidade estrutural, empregando uma das expansões do método de perturbações conhecida como técnica de múltiplas escalas de tempo. Alguns fatores que afetam o fenômeno, como o efeito de pré-tensões, são estudados. O problema é formulado utilizando-se as equações diferenciais de grandes deflexões de uma viga e as de von Kármán, para placas planas. Essas equações são discretizadas com o Método de Elementos Finitos. Os resultados obtidos do programa são representados graficamente como ciclos-limite, sendo discutidos e comparados com a literatura.

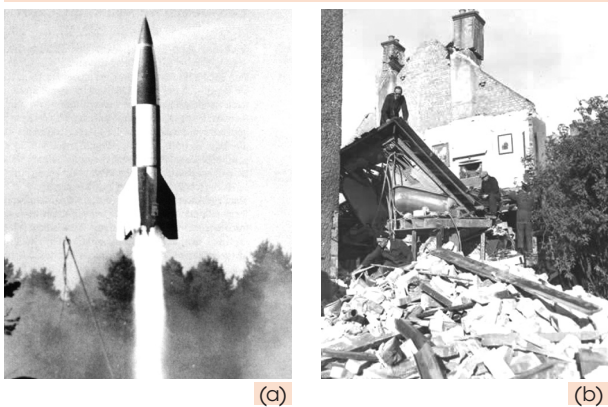
Palavras-chave: Aeroelasticidade. *Flutter*. *Flutter* de painéis.  
Hipersônico. Supersônico.



## 1 Introdução

Durante a Segunda Guerra Mundial, cerca de 500 foguetes atravessaram o céu de Londres, Inglaterra, destruindo casas, prédios, monumentos e igrejas e aterrorizando milhares de pessoas. Como primeira arma supersônica do mundo, os V-2 caíam silenciosamente e não advertiam a destruição que era iminente. Entretanto, 70 dos cerca de 500 foguetes chocaram-se ou mudaram de direção assim que atingiram a velocidade supersônica, o que intrigou os cientistas alemães. A dificuldade encontrada para solucionar esse problema atrasou o projeto, favorecendo os aliados.

Descobriu-se que à velocidade supersônica o vôo apresentava diferenças, pois ocorriam vibrações que poderiam provocar danos estruturais. A esse fenômeno de vôo foi dado o nome *flutter*. A instabilidade dinâmica auto-excitada de placas finas ou cascas componentes de veículos aeroespaciais é resultante da interação entre forças elásticas, aerodinâmicas e inerciais. Inicialmente, a amplitude do movimento de um painel instável que aumenta, exponencialmente, com o passar do tempo, torna-se limitada.

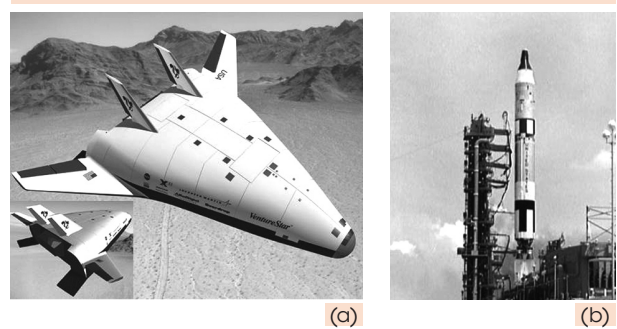


**Figura 1: O foguete V-2 e a destruição de Londres**

Fonte: a) V2 Rocket (2006); b) Flying Bombs and Rockets (2006).

Jordan (1956) estudou relatórios sobre falhas de vôo ocorridas nos foguetes V-2 durante

a Segunda Guerra Mundial e identificou que esse fenômeno não se limitou aos V-2, pois tal instabilidade vinha sendo mencionada durante as fases de desenvolvimento de diferentes projetos. Foi constatada sua presença nos primeiros vôos do X-15 (BOHON, 1962), nos ensaios de túnel de vento do X-20 (RICH, 1962; Mortvedt; Wagner, 1964; GOLDEN; HAGER; SHERMAN, 1964) e no desenvolvimento do Titan II e III e do S-IV B (NICHOLS, 1969).



**Figura 2: Aeronave X-33 e o foguete Titan II**

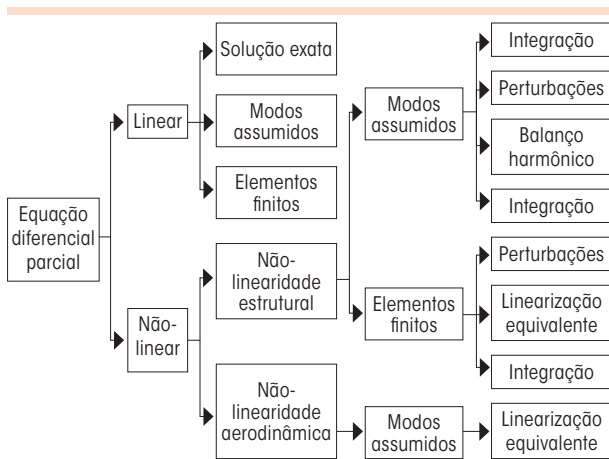
Fonte: a) Dryden Collection (1997); b) Wikipedia (2006).

Os painéis que compõem aeronaves de alta velocidade são, de forma ainda mais cuidadosa, projetados para evitar falhas. No entanto, caso ocorram, elas devem ser limitadas tanto em amplitude quanto em duração e, se não forem detectadas a tempo, a instabilidade pode provocar falha estrutural no painel ou no suporte, devido à fadiga, ao mau funcionamento de equipamentos conectados à estrutura ou aos níveis de ruído excessivos nos compartimentos de veículos aeroespaciais tripulados.

A forma de estudar um fenômeno complexo, muitas vezes, depende do resultado que se deseja obter. Um projetista de foguetes pode estar interessado em determinar, apenas, o ponto onde a instabilidade começa e, caso sua estrutura sofra instabilidade, ele modifica seu propósito. Um gerente de projeto pode achar muito caro modificar algum parâmetro estrutural, e, em razão disso,

decide estudar o modelo não-linear para saber se a amplitude de movimento da placa pode causar falha. Enfim, dependendo do que se deseja, estuda-se o modelo linear ou o não-linear que é mais complexo, pois seu estudo envolve a representação gráfica de ciclos-limite.

A Figura 3 esquematiza algumas das diferentes combinações entre os modelos estruturais e aerodinâmicos, abordados na literatura, e os diversos métodos utilizados para obter soluções lineares e não-lineares.



**Figura 3: Diferentes métodos e abordagens usados na obtenção da solução do problema linear e não-linear**

Fonte: Pegado (2003).

Como há poucas soluções exatas, elas aplicam-se a soluções lineares e em alta velocidade. Na busca de soluções aproximadas, os métodos mais comuns para a obtenção das fronteiras de *flutter* são: Modos Assumidos, Galerkin, Ritz e Método dos Elementos Finitos.

Entre os métodos aproximados, aqueles que tem apresentado melhores resultados é o dos elementos finitos (EF), pois permite a diversidade de condições de contorno, sem a necessidade de procurar uma função aproximada satisfatória. O uso do método para solução do problema foi introduzido por Olson (1967; 1970) e aprofundado por Bismarck-Nasr (1992; 1993; 1999). Alguns livros

e artigos apresentam e discutem esses métodos como referências importantes, para introduzir o assunto (BISMARCK-NASR, 1993, 1999; DO-WELL, 1974). A tese de Pegado (2003) aprofunda o tema e estuda o problema linear e não-linear. Muitos dos resultados aqui divulgados foram obtidos por meio dessa pesquisa (PEGADO, 2003).

A proposta deste artigo é apresentar o tema e os resultados mais relevantes obtidos pelo autor, que estudou esse fenômeno a partir da aplicação do Método de Elementos Finitos para a solução do problema.

## 2 Formulação do problema linear

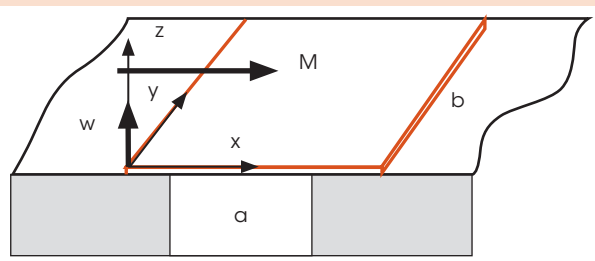
A abordagem linear fornece a fronteira da instabilidade, ou seja, a velocidade em que o fenômeno se inicia. Para a solução do problema, aplica-se um dos métodos citados, obtendo-se um sistema de equações ordinárias que são resolvidas variando-se a pressão dinâmica crítica.

Um modelo aerodinâmico mais simples, conhecido como Teoria Pistão, pode ser empregado no escoamento supersônico e hipersônico, fornecendo resultados próximos ao real e simplificando a parcela aerodinâmica do problema. Este modelo apresenta algumas restrições: o escoamento deve ser isentrópico e não são consideradas a viscosidade, a dissociação e as mudanças de fase na fronteira entre o corpo e o escoamento.

De acordo com a Teoria Pistão (ASHLEY; ZARTARIAN, 1956; BOLOTIN, 1963), a pressão aerodinâmica na superfície do painel pode ser expressa como:

$$p = p_{\infty} \left[ 1 + \frac{\chi - 1}{2a_{\infty}} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]^{\frac{2\chi}{\chi - 1}} \quad (1)$$

em que  $p - p_{\infty}$  é o carregamento aerodinâmico,  $U_{\infty}$ , a velocidade do escoamento não-perturbado,



**Figura 4: Representação esquemática de uma placa submetida à ação do escoamento, apresentando a convenção de nomenclatura de eixos, de lados da placa e direção do vento para ser empregado num modelo aerodinâmico mais simples, conhecido como Teoria Pistão**

Fonte: Pegado (2003).

$a_\infty$ , a velocidade do som no ar não-perturbado e  $\chi$ , a razão entre os calores específicos (no ar  $\chi = 1,4$ ). Essa equação pode ser expandida em série:

$$p - p_\infty = \frac{2\lambda}{M} \left[ \left( \frac{1}{U_\infty} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\chi + 1}{4} M \left( \frac{1}{U_\infty} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\chi + 1}{12} M^2 \left( \frac{1}{U_\infty} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 + \dots \right] \quad (2)$$

em que  $\lambda$  é a pressão dinâmica ( $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ );  $\rho$ , a densidade do ar e  $M$ , o número de Mach.

A série pode ser truncada, obtendo-se o modelo aerodinâmico mais simples, o quase-estático de Ackeret:

$$p - p_\infty = \frac{2\lambda}{M} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3)$$

A equação de equilíbrio para placas lineares bidimensionais pode ser apresentada da seguinte forma:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_m h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + (p - p_\infty) = 0 \quad (4)$$

em que  $D$  é a rigidez em flexão da placa ( $Eh^3/12(1-\nu^2)$ );  $E$ , o módulo de Young,  $\nu$ , o coeficiente de Poisson;  $\rho_m$ , a densidade da placa;  $N_x$ , o carregamento no plano da placa (tensões iniciais) e  $h$ , sua espessura.

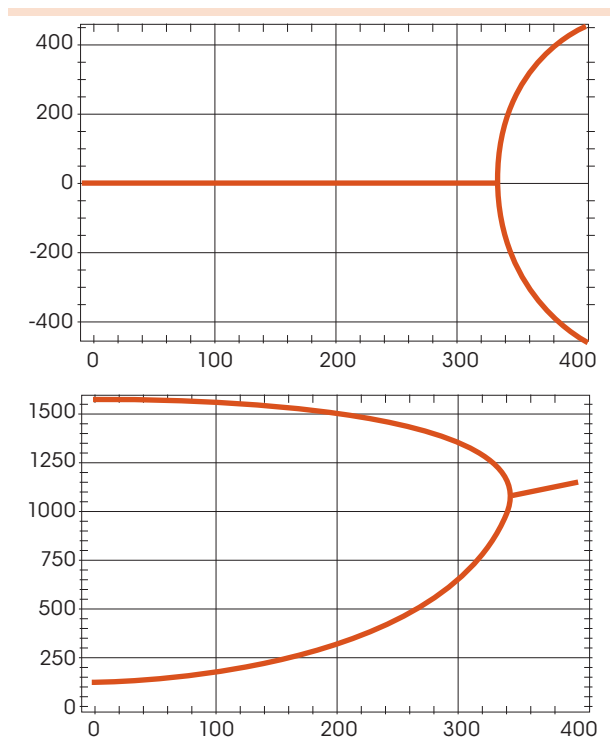
Aplicando-se o Método de Elementos Finitos, a equação torna-se:

$$[M] \{\ddot{q}\} + ([K] + \lambda[A])\{q\} = 0 \quad (5)$$

em que  $[M]$  é a matriz de massa;  $[K]$ , a de rigidez e  $[A]$ , a de aerodinâmica, obtida conforme o modelo. Fazendo  $\{u\}e^{i\omega t}$ , obtém-se o problema de autovalor, cuja solução fornece os autovalores  $-\omega$  ( $\omega_R$  – parte real e  $\omega_I$  – parte imaginária) e autovetores  $-u$  – do sistema.

Analisando-se a parte real e imaginária dos autovalores, verifica-se sua estabilidade ou não. Quando  $\lambda$  atinge uma dada pressão dinâmica crítica  $-\lambda_{flutter}$  em que duas das freqüências se coalescem, obtém-se a fronteira de estabilidade. Uma observação interessante é que, quando  $\lambda = 0$ , a solução do problema de autovalor fornece

as freqüências naturais do painel no vácuo. A Figura 5 ilustra as fronteiras de estabilidade.



**Figura 5: Representação das partes reais e imaginárias dos autovalores definindo as fronteiras de estabilidade do fenômeno**

Fonte: Pegado (2003).

Pode-se empregar um modelo aerodinâmico linear e mais completo, truncando-se a série no termo de primeira ordem:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_m h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{2\lambda}{M} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{2\lambda}{MU} \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \tag{6}$$

É importante ressaltar que, nesse caso, o modelo aerodinâmico adotado possui termos vinculados à velocidade –  $\{\dot{q}\}$ . A matriz associada a esse termo é conhecida como Matriz de Amortecimento Aerodinâmico. Assim, o procedimento para solução é análogo, mas o sistema é colocado sob a forma de espaço de estados:

$$\left( \begin{bmatrix} 0 & [M] \\ [K] + [K_G] + \bar{\lambda}[A_2] & \sqrt{\bar{\lambda}}[A_1] \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{7}$$

O Quadro 1 mostra os resultados da pressão dinâmica para placas bidimensionais, simplesmente apoiadas, para três malhas de EF: uma com 4, 8 e 12 elementos e outra (método de Rayleigh-Ritz) com 2, 4 e 6 modos, com a aproximação de Ackeret com o modelo linear. Em ambos os modelos, considera-se inexistente a pré-tensão. Os valores obtidos ao empregar-se o método de Rayleigh-Ritz são calculados utilizando-se como

	$\bar{\lambda}$ com amortecimento aerodinâmico	$\bar{\lambda}$ sem amortecimento aerodinâmico
Exata*	343,3564	
2 modos	274	274
4 modos	341	342
6 modos	344	345
Malha de EF (4 elementos)	342,4	343,5
Malha de EF (8 elementos)	343,3	344,5
Malha de EF (12 elementos)	343,4	344,5

**Quadro 1: Valores da pressão dinâmica adimensional para placas bidimensionais apoiadas para diferentes malhas e modos**

Fonte: Pegado (2003) e Bismarck-Nasr (1999).

solução aproximada  $\phi(x) = \text{sen}(n\pi x/a)$ . Utilizame-se na malha de elementos de viga, simulando uma placa com uma dimensão muito maior que as demais. Assim, quando se fala sobre malha de dois elementos, consideram-se dois elementos de viga, com quatro elementos de viga e assim por diante. Como se observa no Quadro 1, os resultados obtidos por EF são muito próximos do exato, com 8 elementos, enquanto, com o método de Rayleigh-Ritz, o resultado fica próximo somente pelos seis modos. Pode-se constatar também que, ao se utilizar a aproximação de Ackeret, obtêm-se resultados muito próximos do real.

	$\bar{\lambda}$ com amortecimento aerodinâmico	$\bar{\lambda}$ sem amortecimento aerodinâmico
Exata*	636,5691	-
Malha de EF (4 elementos)	636,5	638,4
Malha de EF (8 elementos)	636,6	638,6
Malha de EF (12 elementos)	636,6	638,6

**Quadro 2: Valores da pressão dinâmica adimensional para placas bidimensionais engastadas para diferentes malhas**

Fonte: Pegado (2003) e Dowell (1974).

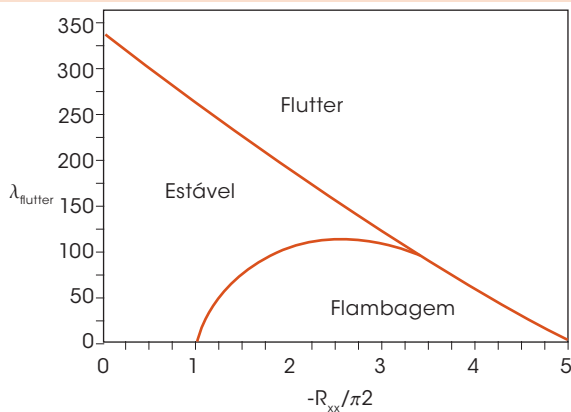
Assim como no Quadro 1, os resultados obtidos por EF são muito próximos do exato e com a aproximação de Ackeret, a diferença torna-se inferior a 0,4%.

A Figura 6 mostra um resumo do comportamento da estabilidade de painéis bidimensionais simplesmente apoiados e a Figura 7, de painéis engastados. Nesses diagramas, é incluída a possibilidade de instabilidade estática, quando a tensão compressiva no plano médio  $N_{xx}$  é aumentada em magnitude. As condições necessárias para produzir a flambagem são examinadas colocando os termos dependentes do tempo, na Equação 5, igual a zero. Com respeito à estabilidade estática, observa-se que a pressão dinâmica tende a estabi-



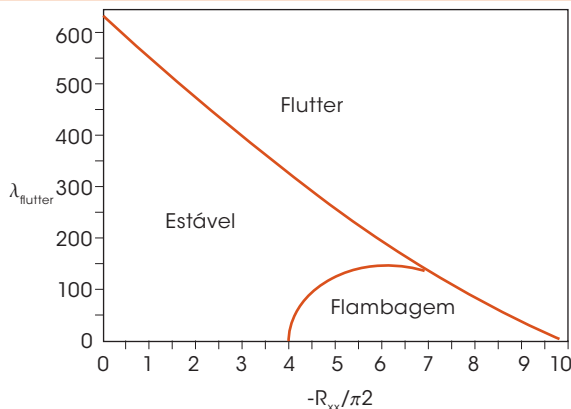
lizar o painel e permitir uma tensão resultante, no plano médio, maior que a carga convencional de flambagem.

De fato, quando a velocidade é tal que  $\lambda = 100$  para um painel simplesmente apoiado, a carga compressiva necessária para flambagem é duas vezes maior que a de Euler. Quando  $\lambda = 0$ , tem-se que  $([K] + [K_G])\{q_e\} = 0$ . A pressão dinâmica  $\lambda$  aumenta em  $([K] + [K_G] + \lambda[A_2])\{q_e\} = 0$  até alcançar a fronteira de estabilidade estática, dando uma carga de flambagem mais alta que no vácuo. Aumentando  $\lambda$ , o sistema será, estática e dinamicamente, estável até alcançar um valor mais alto de  $\lambda$ , quando ocorre a coalescência dos autovalores, definindo-se  $\lambda_{flutter}$  a fronteira da estabilidade dinâmica.



**Figura 6: Fronteiras de estabilidade de painéis bidimensionais apoiados**

Fonte: Pegado (2003).



**Figura 7: Fronteiras de estabilidade de painéis bidimensionais engastados**

Fonte: Pegado (2003).

A influência estabilizante da tração e desestabilizante da compressão podem ser observadas no Quadro 3 e nas Figuras 6 e 7.

$R_{xx}$	$\bar{\lambda}$ simplesmente apoiada	$\bar{\lambda}$ biengastada	$\bar{\lambda}$ engastada/simplesmente apoiada
$2\pi^2$	514,6	817,1	654,2
$\pi^2$	427,5	726,1	565,6
0	344,5	638,6	481,1
$-\pi^2$	265,7	554,8	400,8
$-2\pi^2$	191,5	475	325,3
$-3\pi^2$	122,1	399,1	255,1

**Quadro 3: Valores da pressão dinâmica adimensional, levando-se em consideração a variação da tensão inicial adimensional para placas bidimensionais, em diferentes condições de contorno (malha de EF [8 elementos])**

Fonte: Pegado (2003).

O Quadro 4 mostra a influência da tridimensionalidade da placa sobre o fenômeno. A equação para placas tridimensionais com modelo linear (Bisplinghoff; Ashley, 1975) é:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_m h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + (p - p_\infty) = 0 \quad (8)$$

	$a/b = 0$	$a/b = \sqrt{2}/2$	$a/b = 1$	$a/b = 2$
Dowell (1974)	343	-	512,22	-
2 modos	273,96	-	383,55	712,3
4 modos	340,61	-	505,13	1049,2
6 modos	343,07	-	511,85	1099,51
8 modos	343,30	-	512,49	1105,24
Malha de EF (2 x 2)	399	475	553	1078
Malha de EF (4 x 4)	343	424	509	1092
Malha de EF (8 x 8)	344	426	513	1106

**Quadro 4: Valores da pressão dinâmica adimensional para placas tridimensionais apoiadas para diferentes malhas e modos dos métodos de Rayleigh-Ritz, sem considerar o amortecimento aerodinâmico**

Fonte: Pegado (2003).



No Quadro 1 e 2, mostram-se os resultados da pressão dinâmica para placas bidimensionais, simplesmente apoiadas, para três malhas de EF: uma com 4, 8 e 12 elementos. Utilizam-se na malha elementos de viga, simulando uma placa com uma dimensão muito maior que as demais. Assim, quando se fala sobre malha de dois elementos, consideram-se dois elementos de viga, com quatro elementos de viga e assim por diante. Já o Quadro 4 refere-se a uma malha com elementos de placa.

Comparando-se os resultados obtidos pelo Método de Elementos Finitos, transcritos nas linhas de número 5 a 8 do Quadro 4, com os alcançados pelo Método de Rayleigh-Ritz, observa-se que, com seis modos e com a malha 4 x 4, obtêm-se valores com erro em torno de 1%. Podem-se obter resultados com maior exatidão, cerca de 0,2%, empregando-se a malha 8 x 8 ou oito modos, mas o tempo gasto em seu cálculo aumenta, pois a matriz para o Método de Elementos Finitos passa a ser 256 x 256.

A solução linear do *flutter* é estudada tanto para placas bidimensionais quanto para as tridimensionais. Além disso, nota-se que a malha com 16 elementos de placa representa bem o fenômeno para placas tridimensionais, e a malha com 8 elementos de viga soluciona o problema para placas bidimensionais.

	a/b = 0	a/b = $\sqrt{2}/2$	a/b = 1	a/b = 2
Olson [18]	-	-	850,418	-
Sanders [75]	-	-	850,4	-
Malha de EF (2 x 2)	923	1006	1088	1585
Malha de EF (4 x 4)	637	738	847	1610
Malha de EF (8 x 8)	637	740	851	1640

**Quadro 5: Valores da pressão dinâmica adimensional para placas tridimensionais engastadas para diferentes malhas sem amortecimento aerodinâmico**

Fonte: Pegado (2003).

## 4 Modelo estrutural não-linear

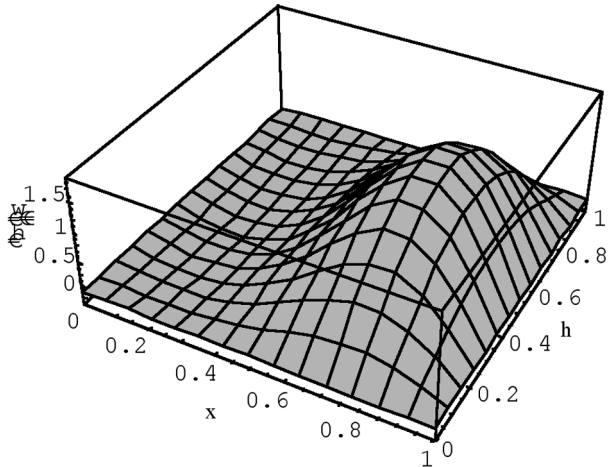
Sabe-se, experimentalmente, que a amplitude da placa é limitada pelas forças de membrana não-lineares, induzidas pelo movimento da placa. Essas forças são incluídas no estudo por meio da Equação de von Kármán para grandes deflexões. Sua versão bidimensional é deduzida na literatura (BISPLINGHOFF; ASHLEY, 1975; DOWELL, 1966; MEI, 1977), e na forma adimensional apresenta-se como segue:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} - 6(1-v^2) \left[ \int_0^1 \left( \frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 d\xi \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - R_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + \bar{\lambda} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \sqrt{\frac{\lambda \mu}{M}} \frac{\partial w}{\partial \tau} = 0 \quad (9)$$

em que  $\xi = x/a$  e emprega-se a aerodinâmica de primeira ordem.

O modelo em estudo é validado ao se comparar os resultados obtidos aos dados disponíveis na literatura. Os primeiros, adquiridos utilizando-se o método de perturbações e a técnica de múltiplas escalas de tempo, são considerados fisicamente consistentes e bem próximos daqueles alcançados por outros métodos consagrados. O estudo não-linear limita-se a placas bidimensionais, o modelo com 8 elementos de viga é usado na discretização e todos os resultados são obtidos, tendo como base a posição  $\xi = 0,75$ , máxima amplitude da placa, como se vê na Figura 8, obtida empregando-se o método dos modos assumidos para discretização e o de perturbações para obtenção do ciclo-limite. A coordenada  $w/h$  é a variação da amplitude na espessura,  $\xi = x/a$  e  $\eta = y/b$ .

O estudo inicia-se pela placa bidimensional, simplesmente, apoiada em ambos os lados, cujo ciclo-limite é apresentado na Figura 9. No eixo coordenado vertical, tem-se a variação da amplitude de movimento da placa e, no horizontal, tem-se a pressão dinâmica de *flutter*. Identificam-se quatro resultados que são comparados ao alcançado pela técnica de múltiplas escalas de tempo com 8



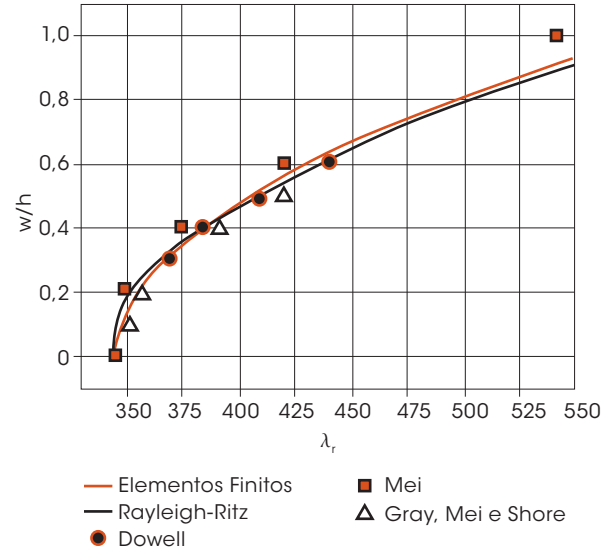
**Figura 8: Representação gráfica da variação da amplitude do ciclo-limite na sua posição**

Fonte: Pegado (2003).

elementos de viga. Conforme observado na Figura 9, os resultados obtidos a partir da aplicação dos quatro modos de Rayleigh-Ritz, por Dowell (1966), Mei (1977) e Gray Junior e Mei (1993) são representados graficamente. O ciclo-limite, calculado empregando-se quatro modos do método de Rayleigh-Ritz, é obtido por meio da técnica de múltiplas escalas de tempo, e o modo utilizado foi o senoidal  $\psi(\xi) = \text{sen}(n\xi\pi)$ , em que  $n$  é o número de modos e  $\xi = x/a$ . Ao observar a Figura 9, nota-se que os resultados são muito próximos dos conseguidos, utilizando-se o método de integração (DOWELL, 1966), e afastam-se por volta de 8% do obtido da linearização equivalente (MEI, 1977).

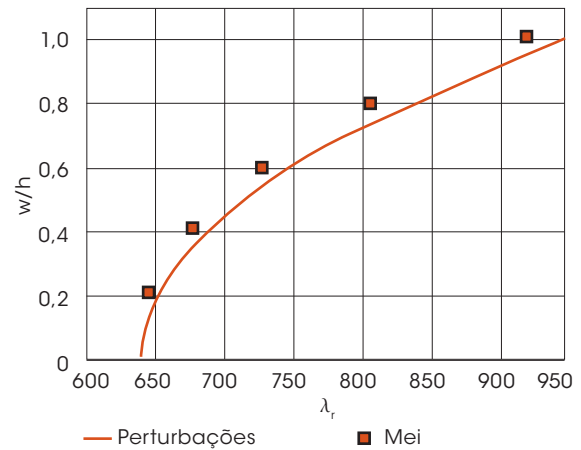
A validação do modelo também é feita na Figura 10, em que os resultados do modelo são comparados aos de Mei (1977) para placas engastadas bidimensionais, sem pré-tensões. Pode-se observar a proximidade entre os dois resultados, com sua diferença ficando perto de 5%.

Os resultados da variação da pré-tensão no ciclo-limite são apresentados nas Figuras 11, 12 e 13. Todos são calculados empregando-se uma malha com 8 elementos e  $R_{xx}$ , uma carga em tração de  $2\pi^2$  e outra compressiva de  $-2\pi^2$ . Como se observa no Quadro 3, a pressão dinâmica crítica



**Figura 9: Comparação entre os diferentes modos de cálculo do ciclo-limite com o obtido nessa pesquisa, empregando-se uma malha de 8 elementos para uma placa apoiada bidimensional ( $R_{xx} = 0$ )**

Fonte: Pegado (2003).



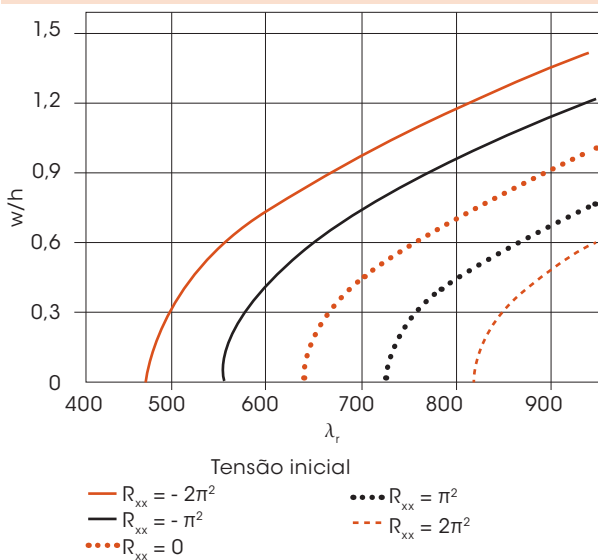
**Figura 10: Comparação entre o ciclo-limite obtido por Mei (1977) e o resultado da pesquisa para uma placa engastada bidimensional ( $R_{xx} = 0$ )**

Fonte: Pegado (2003).

ca reduz-se à medida que diminui a pré-tensão; conseqüentemente, o ciclo-limite desloca-se, tornando a placa mais instável. Outra observação importante é que, quando a carga compressiva atinge o valor compressivo de  $-2\pi^2$ , o formato do ciclo-limite deforma-se. Essa deformação é representada por um brusco aumento de amplitude, no



caso, simplesmente apoiada (Figura 12) e uma sua-  
ve redução da amplitude, simplesmente apoiada/  
engastada (Figura 13). Esse comportamento não  
está registrado na literatura, sendo uma limitação  
do método em estudo, quando se aplicam cargas  
compressivas altas.

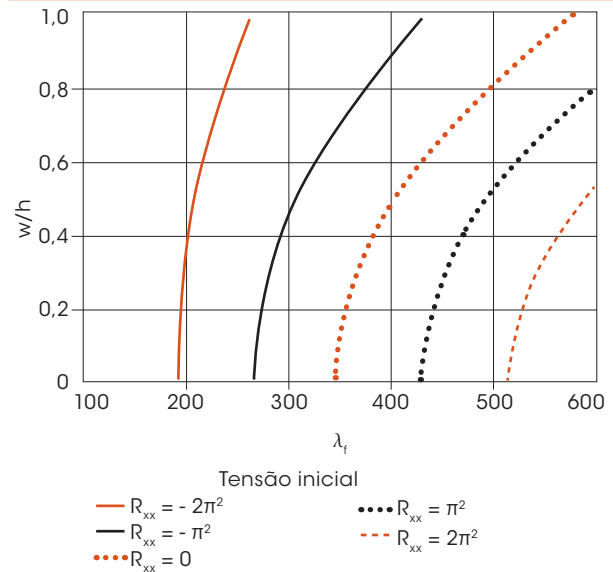


**Figura 11: Ciclo-limite de uma placa bidimensional engastada, com as pré-tensões com valores de  $R_{xx}$  iguais a  $2\pi^2$ ,  $\pi^2$ ,  $0$ ,  $-\pi^2$  e  $-2\pi^2$ , com  $\alpha/M = 0,01$ , obtido a partir do Método de Perturbações empregando-se uma malha de 8 elementos de viga para sua discretização**

Fonte: Pegado (2003).

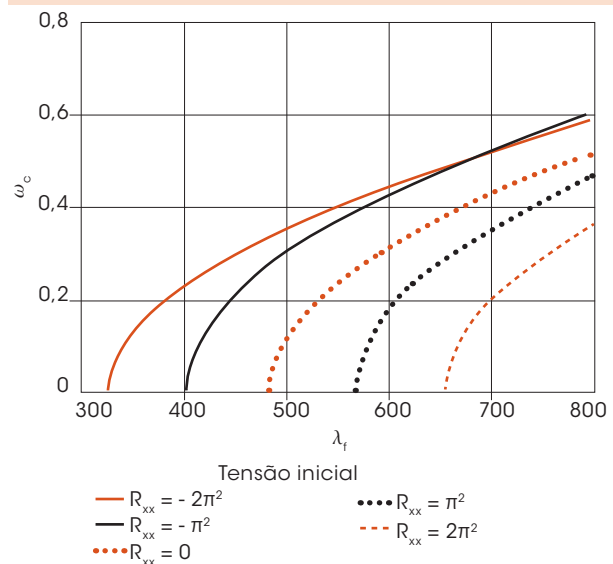
## 5 Considerações finais

O Método de Perturbações pode ser empre-  
gado no estudo do *flutter* de painéis, pois é rápido  
e oferece uma precisão comparável ao método de  
integração numérica. Sua única dificuldade en-  
contra-se na obtenção das equações perturbadas  
que se tornam muito grandes e complexas, exi-  
gindo o uso de algum *software* que trabalhe com  
matemática simbólica. Além disso, o Método de  
Elementos Finitos é uma excelente ferramenta  
para discretização das equações diferenciais que  
regem o fenômeno, oferecendo resultados tão  
bons quanto os obtidos por meio da aplicação



**Figura 12: Ciclo-limite de uma placa bidimensional apoiada, com as pré-tensões de valores de  $R_{xx}$  iguais a  $2\pi^2$ ,  $\pi^2$ ,  $0$ ,  $-\pi^2$  e  $-2\pi^2$ , com  $\alpha/M = 0,01$ , obtido a partir do Método de Perturbações empregando-se uma malha de 8 elementos de viga para sua discretização**

Fonte: Pegado (2003).



**Figura 13: Ciclo-limite de uma placa bidimensional apoiada/engastada, com as pré-tensões de valores de  $R_{xx}$  iguais a  $2\pi^2$ ,  $\pi^2$ ,  $0$ ,  $-\pi^2$  e  $-2\pi^2$ , com  $\alpha/M = 0,01$ , obtido a partir do Método de Perturbações empregando-se uma malha de 8 elementos de viga para sua discretização**

Fonte: Pegado (2003).



do método de Rayleigh-Ritz. Sua principal vantagem é poder variar as condições de contorno, de forma simples, sem a necessidade de procurar novas funções de interpolação. Por fim, observou-se que, no comportamento dos ciclos-limite, à medida que as pré-tensões compressivas são aumentadas, a pressão dinâmica crítica se reduz, aumentando a instabilidade.

### Panel flutter: one more challenge in supersonic flight

In the present research, it is studied the aeroelastic instability of panels in supersonic flow with structural nonlinearity, employing one of the expansions of the perturbations method, known as multiple time scales method. The effect of some elements, such as pre-stress, is investigated. The distinctive equations of large deflections of a beam and the von Kármán equations for plate theory are used for the problem formulation. The Finite Element Method is applied to solve these equations. The results obtained with the program are presented as limit cycles, and they are discussed and compared to previous investigations.

**Key words:** Aeroelasticity. Flutter. Hypersonic. Panel flutter. Supersonic.

## Referências

ASHLEY, H.; ZARTARIAN, G. Piston theory: a new aerodynamic tool for the aeroelastician. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 23, n. 12, p. 1.109-1.918, 1956.

BISMARCK-NASR, M. N. Finite elements analysis of aeroelasticity of plates and shells I. *Applied Mechanics Reviews*, v. 45, n. 12, p. 461-482, 1992.

BISMARCK-NASR, M. N. *Finite elements in applied mechanics*. 1. ed. São Paulo: Abaeté, 1993.

BISMARCK-NASR, M. N. *Structural dynamics in aeronautical engineering*. 1. ed. Reston: AIAA, 1999. AIAA Education Series.

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H. *Principles of aeroelasticity*. 1. ed. Nova York: Dover, 1975.

BOHON, H. L. Panel flutter tests on full scale X-15 lower vertical stabilizer at mach number of 3,0. *Nasa Technical Notes D*, Washington, n. 1.385, 1962. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/2060/19620006698>>. Acesso em: 28 jun. 2006.

BOLOTIN, V. V. *Nonconservative problems of the theory of elastic stability*. 1. ed. Nova York: Pergamon, 1963.

DOWELL, E. H. *Aeroelasticity of plates and shells*. 1. ed. Groningen: Noordhoof, 1974.

DOWELL, E. H. Nonlinear oscillations of a fluttering plate I. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 4, n. 7, p. 1.267-1.275, 1966.

DRYDEN FLIGHT RESEARCH CENTER. Computer graphic of Lockheed Martin X-33 Reusable Launch Vehicle over clouds and water. ED97-43938-3. Dryden Collections. *Site Dryden Flight Research Center*. 1997. Disponível em: <<http://www1.dfrc.nasa.gov/Gallery/Photo/X-33/Large/ED97-43938-3.jpg>>. Acesso em 28 jun. 2006.

FLYING BOMBS AND ROCKETS. Staveley Road Chiswick after the V2 attack. *Site Flying Bombs and Rockets*. 2006. Disponível em: <<http://www.flyingbombsandrockets.com/Staveleyroad.JPG>>. Acesso em: 28 jun. 2006.

GOLDEN, C. T.; HAGER, T. R.; SHERMAN, L. L. Orthotropic panel flutter analysis. *Document*, n. D2-81.301, 1964.

GRAY JUNIOR, C. E.; MEI, C. Large-amplitude finite element flutter analysis of composite panels in hypersonic flow. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 31, n. 6, p. 1.090-1.099, 1993.

JORDAN, P. F. The physical nature of panel flutter. *Aero Digest*, v. 72, n. 2, p. 34-38, 1956.

MEI, C. A finite element approach for nonlinear panel flutter. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 15, n. 8, p. 1.108-1.110, 1977.

MORTVEDT, R. L.; WAGNER, R. T. Transonic, supersonic panel flutter test. *Document*, n. D2-8.1095, 1964.

NICHOLS, J. J. Saturn V, S-IVB panel flutter qualification test. *Nasa Technical Notes D*, Washington, n. 5.439, 1969.

OLSON, M. D. Finite elements applied to panel flutter. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 5, n. 12, p. 2.267-2.270, 1967.

OLSON, M. D. Some flutter solutions using finite elements. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 8, n. 4, p. 747-752, 1970.

PEGADO, H. de A. *Método de perturbações no estudo de não-linearidades na aeroelasticidade de painéis em regime supersônico*. 2003. Tese (Doutorado em Ciências [Engenharia Aeronáutica e Mecânica])-Departamento de Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2003.

RICH, R. L. Preliminary skin panel flutter tests. *Document*, n. D2-8.148, 1962.

V2 ROCKET. Operation Backfire 8. *Site V2 Rocket*. 2006. Disponível em: <<http://www.v2rocket.com/start/chapters/backfire008.jpg>>. Acesso em: 28 jun. 2006.

WIKIPEDIA. Titan 2 launching Gemini 11 spaceship. Titan II. *Site Wikipedia*. 2006. Disponível em: <[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/dd/Titan\\_2\\_launching\\_Gemini\\_11\\_spaceship.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/dd/Titan_2_launching_Gemini_11_spaceship.jpg)>. Acesso em: 28 jun. 2006.

Recebido em 28 jun. 2006 / aprovado em 30 set. 2006

**Para referenciar este texto**

PEGADO, H. de A. Flutter de painéis: mais um desafio no vôo supersônico. *Exacta*, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 235-245, 2006.

